

DER PHYSIK UND CHEMIE.
BAND CIV.

*I. Experimentaluntersuchung über die Erscheinungen, welche die Ausbreitung von Flüssigkeiten auf Flüssigkeiten hervorruft;
von Paul du Bois-Reymond.*

Die Erscheinungen, welche sich zeigen, wenn ein Tropfen einer Flüssigkeit auf die Oberfläche einer anderen, specifisch schwereren gebracht wird, sind schon zu wiederholten Malen Gegenstand der Untersuchungen der Physiker gewesen¹⁾.

- 1) Ich werde in dieser Anmerkung die wichtigsten Arbeiten über die Ausbreitung der Flüssigkeiten anführen.

Benjamin Franklin hatte die Idee, die wellenbesänftigende Wirksamkeit des Oels zum Nutzen der Schifffahrt auszubeuten. In einem Brief an Dr. Brownring von 7. November 1773 kommt folgende Stelle vor, welche die einzige theoretische Ausslassung Franklin's über die Ausbreitung enthält: »Später ging ich nie auf das Land, ohne in einer oben in meinem Bambusstocke angebrachten Höhlung etwas Oel mit mir zu nehmen, und so oft ich Gelegenheit hatte den Versuch (des Besänftigens der Wellen) zu wiederholen, fand ich ihn stets mit demselben Erfolge gekrönt. Bei diesen Versuchen setzte mich besonders ein Umstand in Erstaunen. Es war dies die plötzliche, weite und mächtige Verbreitung eines Tropfen Oeles auf dem Wasserspiegel, welche meines Wissens bisher noch von Niemand beobachtet worden war. Gießt man einen Oeltropfen auf einen stark polirten Marmortisch, oder auf einen wagerecht liegenden Spiegel, so bleibt der Tropfen auf seiner Stelle und breitet sich wenig aus. Wird er dagegen auf Wasser gegossen, so verbreitet er sich alsbald mehrere Fuß rund umher, wird so dünn, daß er auf eine große Strecke in den Regenbogenfarben spiegelt, und dann immer dünner, bis er schließlich völlig unsichtbar wird, ausgenommen in seiner Wirkung, daß er nämlich die Wellen bis in eine weit größere Entfernung dämpft. Es scheint, daß eine Abstösung zwischen seinen Theilchen stattfindet, und daß diese Abstösung so stark ist, daß sie auch auf andere auf der Oberfläche

Allein ich finde nicht, dass das Wesen jener Erscheinungen bereits richtig erkannt worden, oder dass man sie über-

schwimmende Körper, als Stroh, Blätter, Spähne u. a. m. wirkt, und sie nöthigt, nach allen Seiten hin vor dem Tropfen, wie vor einem Centralpunkte, zurückzuweichen und einen großen, leeren Zwischenraum zu lassen. Ueber die Grösse dieser Kraft und die Entfernung, bis zu der sie sich erstreckt, habe ich mir bisher noch keine Gewissheit verschaffen können. Ich halte dies aber für eine sehr interessante Untersuchung, und wünsche wohl der Sache auf die Spur zu kommen.“

Die Untersuchung von Fusinieri (Brugnat. Giorn. 1821) ist mir nur aus Frankenheim's Cohäsionslehre (Dritter Theil, IV. Ausbreitung der Flüssigkeit auf der Oberfläche eines Körpers) bekannt geworden. Fusinieri hat die Reihenfolge der Substanzen, nach der Intensität ihrer Ausbreitung geordnet, richtig angegeben (Cohäsionslehre III. Th., §. 126, erste Reihe). Frankenheim schließt daraus das Gesetz, dass die Ausbreitung um so intensiver, je weniger die kapillare Steighöhe der Substanz sey, was im Allgemeinen übereinstimmt mit dem von mir aufgestellten, dass die Intensität der Ausbreitung mit der Flüchtigkeit wachse. Z. B. nimmt die Grösse $\frac{H}{g\varrho}$ (wo H die bekannte Laplace'sche Constante ist, g die Beschleunigung durch die Schwere, ϱ die Dichtigkeit) für Aether, Alkohol und Terpenthinöl nach einander die Werte an:

5,6 6,1, 6,7,

und dies ist auch die Reihenfolge der drei Substanzen, wenn sie nach ihrer Flüchtigkeit und der Intensität ihrer Ausbreitung geordnet werden. Frankenheim hat ferner gefunden, dass die Intensität der Vertreibung fast unabhängig ist von der Beschaffenheit der Unterlage, was durch meine Beobachtungen bestätigt wird.

Am meisten von den bis jetzt bekannten Ausbreitungerscheinungen hat die Wellenbesänftigung, von der im Text die Rede ist, und die Bewegung kleiner Körperchen auf Wasser das Interesse der Physiker in Anspruch genommen. Die bekannteste hierhin gehörige Erscheinung ist die Bewegung kleiner Stückchen Kampfer auf Wasser, deren wahren Grund Frankenheim in dem citirten VVerke mittheilt. Alle diese Bewegungerscheinungen röhren immer von der im Texte beschriebenen Ausbreitungsströmung her. Von der Bewegung kleiner Kampferstückchen hat indessen Matteucci eine abweichende Erklärung gegeben, die mir auch bei anderen Schriftstellern hin und wieder vorgekommen ist. Weil sie auf einem prinzipiellen Irrthume beruht, so werde ich sie hier in aller Kürze besprechen. Matteucci ist nämlich der Ansicht, die Ursache der Bewegung der Kampferstückchen sey die Verflüchtigung des Kampfers, die einen Druck dagegen ausübe. Die Ueberlegung zeigt aber, dass die Bewegungsquantität des Kampferstücks nicht grösser seyn

haupt schon einer methodischen Untersuchung unterworfen hätte.

Die vorliegende Abhandlung enthält die Resultate meiner Beobachtungen über diesen Gegenstand. Ich glaube, dass man daraus das Phänomen der Ausbreitung der Flüssigkeiten von einer neuen Seite wird kennen lernen, und finden, wie bei der Mannigfaltigkeit ihres Auftretens manche rätselhafte Vorgänge, die man im gewöhnlichen Leben erblickt, sich genügend erklären lassen.

Aber es gelingt nicht die Erscheinungen der Ausbreitung vollständig auf bereits bekannte physicalische Vorgänge zurückzuführen. Der Leser wird vielmehr, wenn er aufmerksam die nachstehend mitgetheilten Thatsachen prüft, mit mir zur

kann, als diejenige des verdunsteten Kampfers. Wenn man aber bedenkt, wie langsam der Kämpfer durch Verflüchtigung an Gewicht verliert, und außerdem die übertriebensten Annahmen in Betreff der Geschwindigkeit des ausströmenden Kampfergases macht, so kommt doch durchaus keine merkliche Geschwindigkeit für das Kämpferstückchen heraus, welches aber bekanntlich eine recht schnell vibrirende und drehende Bewegung zeigt. Wäre man übrigens nicht schon aus theoretischen Gründen gezwungen, den Druck durch Verflüchtigung als sehr klein anzunehmen, so würde folgendes Experiment dafür einen hinreichenden Beweis liefern. Wenn man einem leichten, wagerechten Stab an einem Coconfaden aufhängt, und am Ende des Stabes eine senkrechte Platte anbringt, die, mit Fließpapier an der einen Seite überzogen, einseitig mit flüchtigen Substanzen genetzt werden kann, so hat man eine Vorrichtung, welche im Stande wäre, einen sehr geringen Reactionsdruck bei der Verdunstung anzuzeigen. Nun findet aber in der That nicht die geringste Bewegung des horizontalen Stabes statt, man möge das Fließpapier mit Aether, oder mit Schwefelkohlenstoff etc. tränken.

Eine Mittheilung von H. Plateau (III. Bd. des Kosmos) ist noch zu erwähnen. Der Verfasser gibt einen Apparat an, um die Erscheinung der Farbenringe durch die Ausbreitung des Alkohols auf dem Oele stationär zu machen. Er geht jedoch nicht näher auf die Natur des Phänomens ein. Da seine Mittheilung, verglichen mit meiner ersten über diesen Gegenstand, die zur selben Zeit geschah, nichts Neues enthält, so bespreche ich sie hier nicht weiter.

Meine ersten Beobachtungen über die Erscheinungen der Ausbreitung habe ich veröffentlicht in einer Broschüre: »Untersuchungen über die Flüssigkeiten etc.“ Berlin, 1854, bei P. Jeanrenaud.

Ueberzeugung gelangen, dass man zu ihrer Erklärung neuer Hypothesen bedarf.

Wenn man einen Tropfen einer Flüssigkeit auf die Oberfläche einer anderen gießt, so sieht man von zwei Dingen immer das Eine eintreten. Entweder bleibt der Tropfen linsenförmig auf der Unterlage liegen, und bildet einen sogenannten schwimmenden Tropfen, dessen Figur Gegenstand der Theorie der Capillarität ist. Oder es beginnt eine Bewegung, die im Wesentlichen darin besteht, dass der Tropfen sich auf der Unterlage kreisförmig mit größerer oder geringerer Geschwindigkeit verbreitet.

Das Erste findet statt z. B. bei Wasser auf Chloroform, bei fetten Oelen und Terpenthinöl auf gestandenem Wasser, bei geschmolzenem Schwefel auf geschmolzenem Schellack. Das Zweite beobachtet man viel häufiger. Es tritt z. B. ein, bei Alkohol und Aether auf Wasser, Oel, Glycerin.

Ich muss übrigens gleich bemerken, dass ein wesentlicher Unterschied besteht zwischen der Verbreitung der fetten Ole und des Terpenthinöls auf frischen Wasser, und denjenigen z. B. des Alkohols auf dem Oele. Dieser Unterschied liegt hauptsächlich darin, dass alle Erscheinungen, welche letztere begleiten, stationär gemacht werden können, was bei der ersteren nicht möglich ist. Um auch in der Bezeichnung eine Unterscheidung eintreten zu lassen, werde ich jene: Oelausbreitung, diese: Alkoholausbreitung nennen. Ich behandle hier hauptsächlich die Erscheinungen der Alkoholausbreitung, die in zwei Abschnitten besprochen werden. Nämlich: Versuche über die Ausbreitung von Tropfen, und Versuche über die stationäre Ausbreitung.

I. Ueber die Ausbreitung von Tropfen.

Alles was die Ausbreitung von Tropfen Merkwürdiges darbietet, kann man so schön bei denjenigen des Alkohols auf dem Oel beobachten, dass ich sie als Prototyp für die Ausbreitung der übrigen Substanzen hinstelle. Auch möge sich der Leser immer Alkohol und Oel zum Versuch gewählt

denken, wo ich nicht ausdrücklich bemerke, dass ich mich anderer Substanzen bediente.

Es ist ziemlich gleichgültig welches Oel man wählt. Ich habe meistens mit Rüböl gearbeitet. Aber der Alkohol muss möglichst wasserfrei seyn. Einmal, weil dann die Erscheinungen viel intensiver als bei wässrigem Alkohol sind, und dann, weil das Wasser, welches nach der Verdunstung des Alkohol zurückbleibt, das Oel bald trübe und überhaupt die Erscheinung complicirter macht.

1. Bringt man in einen dunkelen, matten Teller eine Oelschicht von etwa 8^{mm} Dicke, und legt einen Tropfen Alkohol darauf, so sieht man, während der Tropfen sich zu grosser Dünne ausbreitet, eine Vertiefung von etwa einem Millimeter entstehen. Diese Vertiefung ist tellersförmig, und wird vom Alkohol überzogen. Sie bleibt so lange, als Alkohol sichtbar ist. Ihr Daseyn erkennt man an der veränderten Spiegelung des Oeles. Wenn die Oelschicht mächtiger als 8^{mm} ist, so bleibt die Oeloberfläche an der Ausbreitungsstelle eben. Nimmt die Mächtigkeit der Oelschicht dagegen ab bis zu 3^{mm} und darüber, so wird die Vertiefung immer auffallender, bis schlieflich eine bestimmte Niedrigkeit erreicht ist, bei welcher die Oelschicht durchbrochen wird. Dann erreicht der Alkohol den Boden des Tellers, überzieht ihn, als wäre er trocken gewesen, und treibt das Oel mit wulstigem Rande vor sich hin.

Wählt man statt des festen Bodens, den das Oel im Teller hat, einen flüssigen Boden, so tritt noch ein neues Moment hinzu. Der Versuch wird am zweckmässigsten auf folgende Weise angestellt. Man gießt Oel in einen Glaskasten bis es eine Schicht von 8^{mm} bildet und lässt dann Wasser vermöge eines Hebers langsam unter das Oel fliessen. Das Wasser hebt das Oel allmählich bis zum oberen Rande des Glaskastens. Durch dieses Verfahren hat man erreicht, dass die Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten sehr gut in der Projection zu sehen ist, weil nunmehr sich das Oel tangirend an die Wände des Glaskastens anschliesst, was nicht der Fall ist, wenn

das Oel auf das Wasser gegossen wird. Um die zu beschreibenden Versuche noch deutlicher in die Augen springen zu lassen, kann man das Wasser auch dunkel färben.

Wenn man, nachdem diese Vorkehrungen getroffen sind, einen Tropfen Alkohol auf die Oberfläche des Oels fallen lässt, und zunächst nur auf diese achtet, so bleibt das Phänomen ungefähr dasselbe. Die Vertiefung ist ein wenig geringer. Bei einer gewissen Dicke des Oels wird es durchbrochen, der Alkohol gelangt auf die Oberfläche des Wassers, und versetzt sie in eine tumultuarische Bewegung. Man stelle aber das Auge so, daß die Oelschicht in seitlicher Projection erscheint, d. h. daß man zwischen ihrer oberen und ihrer unteren Begrenzungsläche hindurchsieht. Dann findet man, daß, sobald der Tropfen auf das Oel gebracht wird, die Trennungsläche von Oel und Wasser aufhört eben zu seyn, indem sich das Wasser unter der Ausbreitungsstelle beulenartig emporhebt, und in diesem Zustande verharrt, bis die letzte Spur Alkohol von der Oberfläche verschwunden ist. Diese Beule erhebt sich unter günstigen Umständen bis 5^{mm} und darüber. Ist die Oelschicht von geringerer Dicke, so findet man auch, daß bei der Durchbrechung das Oel von oben her wenig eingedrückt wird, und daß vielmehr das Wasser sich bis an die Oberfläche des Oels erhebt. Bei guter seitlicher Beleuchtung der Oelschicht entdeckt man ferner im Oele eigenthümlich gewundene Streifen anderer Brechbarkeit, die an der Peripherie der Ausbreitung beginnen, sich dort spiraling winden, und bei genauerer Beobachtung eine wirbelnde Bewegung im Oele verrathen.

Um der Vorstellung zu Hülfe zu kommen, habe ich in Fig. I Taf. II das Profil der Oelschicht an der Ausbreitungsstelle abgebildet. *W* ist das Wasser, *OO* das Oel, *p* der Punkt, wo der Alkohol aufgetragen wurde, und *ss* sind die Streifen. Die Pfeile deuten die Richtung der Bewegung des Oels an.

2. Dies ist im Wesentlichen der Vorgang, welcher die Alkoholausbreitung charakterisirt. Man sieht sofort ein, daß zwei Punkte unser Interesse in Anspruch nehmen. Einmal

der Umstand, daß ein Tropfen sich ausbreitet. Dann die mechanischen Wirkungen, welche diese Ausbreitung im Oele hervorruft. Was diese mechanischen Wirkungen betrifft, so erklären sie sich leicht aus der Voraussetzung, daß der Alkohol bei seiner Ausbreitung die Oberfläche des Oels mit sich fortreißt. Da dies nämlich nach allen Richtungen hin, von dem Punkte aus, wo der Tropfen aufgetragen wird, geschieht, so muß von untenher Oel zuströmen, und, wenn die Oelschicht niedrig ist, so wird es nötig seyn, daß das von unten nach oben strömende Oel von allen Seiten längs des Bodens ersetzt werde. So entstehen die Strömungen, welche ich in Fig. 2 Taf. II durch Pfeile angedeutet habe. Dort ist wieder *p* das Centrum der Ausbreitung. Die Streifen sind offenbar Wirbel, die deshalb stattfinden, weil wegen der Zähigkeit des Oels die Strömungen nicht weit von der Ausbreitungsstelle vordringen können, so daß die entfernten Oelmassen sich ähnlich einer festen Wand verhalten. Daher deuten diese Streifen an, daß die Strömungen geschlossene Curven sind, was ich in Fig. 2 Taf. II durch die Pfeile *dd* versinnliche. Ein horizontalliegender Oelring, der sich in der Art in sich selbst wälzt, daß seine Theilchen in Verticalebenen kreisen, liefert die klarste Vorstellung von dieser Gattung von Strömungen. Die Vertiefung an der Oberfläche und die Wasserbeule sind nothwendige Folgen einer solchen Bewegung. Letztere entsteht weil durch die senkrechte Strömung der Druck auf die Trennungsfläche von Oel und Wasser verringert wird; erstere weil wegen der inneren Reibung des Oels der senkrechte Strom das centrifugal fortgerissene Oel nicht vollständig ersetzen kann.

Man kann sich übrigens leicht durch Versuche von der Richtigkeit dieser Erklärung überzeugen. Wenn man nämlich nicht ganz reines Oel nimmt, so gelingt es bei einiger Aufmerksamkeit, die beschriebene Bewegung an fortgerissenen Staubkörnchen in allen ihren Theilen zu verfolgen. Außerdem tritt alsbald Stillstand ein, wenn man die Bewegung der Oberfläche durch einen aufgesetzten Glasring hemmt. Bläst man endlich durch eine feine Spalte auf die

Oberfläche des Oels, so erhebt sich unter der dadurch erzeugten Vertiefung ein Wasserberg, der dem Umstände seine Entstehung verdankt, daß die Luft, welche gegen die Oberfläche trifft, sie beim Auseinanderweichen mit sich fortreißt, und so ähnliche Strömungen wie die Ausbreitung des Alkohols veranlaßt.¹⁾

Diese Erklärung einmal festgestellt, werde ich die Erscheinung bei verschiedenen Flüssigkeiten beschreiben, und einige Versuche besprechen, die mir deshalb interessant zu seyn scheinen, weil sie, sonst verwickelter Natur, mit Hilfe dieser Theorie sich leicht begreifen lassen.

3. Bei der Ausbreitung des Alkohols wird ein Newton'sches Ringsystem sichtbar. Man sieht etwa drei Ringe, und am äußersten Rande eine Zone die dem Schwarz entspricht. Ich werde an einer anderen Stelle auf die verschiedenen Zonen dieser Ausbreitung zurückkommen. Außer bei der Ausbreitung von Alkohol auf Oel habe ich Ringe beobachtet nur noch bei derjenigen von Aether auf Glycerin, oder von Aether und Wasser, welches durch darin aufgelöste Substanzen zähe gemacht worden ist, und bei der Oelausbreitung.

Die letztere Erscheinung ist bekannt. Sie tritt immer ein, wenn man Oeltropfen auf frisches Wasser gießt. Der Durchmesser der Ausbreitung des Aethertropfens auf Glycerin beträgt etwa einen Centimeter und kann durch Zugießen von Aether vergrößert werden. Der sich ausbreitende Aether ist in der Mitte linsenförmig verdickt, und hat am Rande eine 2^{mm} breite Zone, in der man mit der Lupe sechs bis sieben Farbenringe unterscheidet. Aether und Terpenthin auf Oel zeigen unter keinen Umständen Ringe, ebenso wenig Aether und Alkohol auf Wasser.

Für das Auftreten der Ringe ist es erforderlich, daß die sich ausbreitende Substanz mit der Unterlage in beschränktem Verhältnis mischbar ist, und demnach eine getrennte Schicht bildet. Allein dies reicht nicht aus. Denn Aether und Wasser vermischen sich nur innerhalb gewisser

1) Ich habe die Entstehung dieser Oberflächenveränderungen ausführlicher erörtert in meinen »Untersuchungen über die Flüssigkeiten etc.«

Gränzen, ohne dafs deshalb bei der Ausbreitung von Aether auf Wasser Ringe bemerkbar wären. Diese Ausbreitung ist aber sehr tumultuarisch, worin um so mehr der Grund des Wegbleibens der Ringe zu suchen ist, da die Ausbreitung von Aether auf einer etwas zähen Auflösung von Zucker in Wasser (verdünnter Syrup) Ringe zeigt, und überhaupt viel Aehnlichkeit mit der Ausbreitung von Aether auf Glycerin besitzt.

Die Erscheinung der Ausbreitung ist um so reiner und schärfer ausgeprägt, je weniger die angewandten Flüssigkeiten sich vermischen. Bei der Ausbreitung von Alkohol auf Oel wird sehr viel Alkohol vom Oele aufgenommen. Aether und Wasser vermischen sich noch mehr. Es scheint mir daher die Ausbreitung von Aether auf Glycerin wegen der geringen Mischbarkeit beider Flüssigkeiten zum Studium der Ausbreitungerscheinungen am besten sich zu eignen. Auch würde ich ihr meine ungetheilte Aufmerksamkeit geschenkt haben, hätte ich sie nicht leider erst entdeckt, nachdem die vorliegende Untersuchung fast vollendet war.

4. Wenn man die Ausbreitung des Aethers, des Alkohols und des Terpenthinöls auf fetten Oelen vergleicht, so fällt es auf, dafs die erstere bei weitem rapider vor sich geht, als die beiden anderen, die zweite aber merklich schneller als die letzte. Es ist mifslich von der Intensität der Ausbreitung zu sprechen, so lange man kein bestimmtes Maaf dafür hat. Es ist aber wohl unzweifelhaft, dafs die Geschwindigkeit der Bewegung der Oberfläche und das Volum der Wasserbeule und der Vertiefung, noch bevor man mit dem wahren Grunde der Erscheinung bekannt ist, ein Urtheil über die bei der Ausbreitung frei werdende lebendige Kraft begründen. Dann aber finde ich, dafs, woffern die Beschaffenheit der Unterlage Ausbreitung gestattet, deren Intensität um so gröfser ausfällt, je flüchtiger die angewandte Substanz ist. Ich habe dieses Gesetz ohne Ausnahme bestätigt gefunden bei denjenigen Flüssigkeiten, bei welchen die Unterschiede der Flüchtigkeit hinreichend gross sind, um ohne Weiteres in die Augen zu springen.

Feinere Unterscheidungen sind nicht anzustellen, weil der Begriff: Intensität der Ausbreitung von Tropfen, wie bemerkt, noch etwas vage ist. Da man ferner auf derselben Unterlage die Ausbreitung von nur zwei bis drei Flüssigkeiten beobachten kann, so kann man nicht wohl eine tabellarische Uebersicht der Intensität geben. Die Unterlagen, deren ich mich bedient habe, sind: Wasser, wässrige Lösungen, Glycerin, fette und flüchtige Oele, Säuren. Die Ausbreitungsflüssigkeiten waren: Schwefelkohlenstoff, ätherische Flüssigkeiten, Alkohole, flüchtige Oele, Säuren. Es hat sich aber herausgestellt, dass die Reihenfolge der Ausbreitungsflüssigkeiten, nach der Intensität geordnet, unabhängig von der Unterlage ist.

5. Aus dem obigen Gesetze kann man schliessen, dass die Intensität der Ausbreitung mit der Temperatur wachsen muss, und dieser Schluss ist richtig. Darauf gründen sich zwei Versuche, von denen einer bei der stationären Ausbreitung zur Sprache kommen wird, der andere hier. Man findet nämlich, dass ein heißer Tropfen einer Flüssigkeit auf die Oberfläche derselben, aber nicht erwärmt Flüssigkeit gebracht, sich dort ebenfalls ausbreitet, und dieselben mechanischen Effecte erzeugt, als z. B. Alkohol auf Oel.

Da bei diesem wie bei vielen anderen Versuchen das Stattfinden einer Ausbreitung nur durch die mechanischen Wirkungen innerhalb des Oeles wahrgenommen werden kann, so ist es zweckmäßig, diese durch eine passende Vorrichtung der Beobachtung bequem zugänglich zu machen. Ich empfehle folgende (Fig. 3 Taf. II). Ein Glasrohr *gg* von etwa 8^{mm} lichter Weite ist durch die Wachsstäbchen *dd* in der Axe des Becherglases *B* befestigt. Man gießt dunkelgefärbtes Wasser (Tinte) bis *rr*, und darüber Oel in das Rohr *gg* und um dasselbe bis *nn*, so dass das Rohr $\frac{1}{2}$ ^{mm} bis 1^{mm} unter dem Niveau *nn* bleibt. Wenn auf den Punkt *p* eine ausbreitungsfähige Substanz gebracht wird, so ist der Ersetzungsstrom in das Rohr eingeslossen, und bewirkt sofort eine Bewegung der Kuppe *k*.

Mit dieser Vorrichtung gelingt nun sehr leicht folgender Versuch. So wie man den Punkt *p* mit einem heissen Glasstab berührt, oder einen heissen Oeltropfen darauf fallen lässt, findet alsbald eine sehr deutliche Hebung der Kuppe statt, was nicht der Fall ist bei einem kalten Glasstab oder Tropfen. Statt Oel kann auch Terpenthin, Aether etc. genommen werden.

6. Den Ausbreitungsflüssigkeiten analog erzeugen auch Dämpfe, die sich niederschlagen, Ausbreitungen und die daraus entspringenden mechanischen Effecte. Wenn eine Flasche mit Aether so geneigt wird, dass die Aetherdämpfe herausfließen und man lässt sie auf eine etwa 3^{mm} bis 4^{mm} dicke, auf Wasser befindliche Oelschicht fallen, so nimmt man an der Oberfläche des Oels nichts wahr. Aber die Oberfläche des Wassers geräth in eine eigenthümlich wogende Bewegung. Ich erkläre diese Erscheinung so. Die Aetherdämpfe werden vom Oele aufgenommen, und dieses Gemisch bildet an der Oeloberfläche unregelmäßige Ausbreitungen, die das Wogen der Trennungsfläche von Oel und Wasser erzeugen. Diese Erklärung wird dadurch sehr plausibel, dass in der That ein Gemisch von wenig Aether und viel Oel eine Ausbreitung vermöge des Apparates (Fig. 3 Taf. II) verräth.

7. Der Erörterung werth ist noch die Erscheinung der Vertreibung von gewissen Flüssigkeiten durch andere auf festen Unterlagen, und zwar deshalb, weil sie bisher falsch gedeutet worden ist.

Um die Ideen zu fixiren, kann man sich wieder Alkohol und Oel auf Glas denken. Wenn bei der Ausbreitung auf einer dünnen Oelschicht der Alkohol sie durchbricht, oder wenn ein Alkoholtropfen neben einen Oeltropfen gelegt wird, so sieht man allemal den Alkohol das Oel mit wulstigem Rande vor sich hertreiben. Man erklärt diese Erscheinung immer so, als ob der Alkohol in Folge seiner grösseren Attraction zum Glase das Oel von demselben vertreibe. Diese Erklärung ist aber unrichtig. Die Erscheinung ist verwickelter.

Fig. 4 Taf. II sey *O* das Oel, *A* der Alkohol. Das Oel und der Alkohol theilen sich ein in die 180° des gestreckten Winkels bei α auf der Glasoberfläche *GG*, nach den bekannten Gesetzen der Capillarität. Darin liegt noch kein Grund zur Bewegung. Es sind vielmehr drei Umstände vorhanden, welche eine Fortbewegung des Oels veranlassen können.

Einnal die Krümmung des Oelrandes von *a* bis *p*, die in das Oel hineindrückt. Wenn man sich vorstellt, dafs ein Oeltropfen auf einer festen Ebene ruht, und sich tangirend an sie anschließt, wie Quecksilber an Glas unter Oel, so dafs die Form des Tropfens nur durch die Schwere und die Wirkung auf sich selbst des Oels bestimmt wird, wenn endlich der Halbmesser des Tropfens sehr groß ist, so finde ich, dafs seine Dicke seyn würde $5,52\text{mm}$ ¹⁾. Die Oelschichten, bei denen die Vertreibung gut gelingt, sind aber dünner. Daher könnte man vermuthen, dafs bei dem Vorrücken des Oelrandes die Capillarität in sofern thätig ist, als die Krümmung derselben in das Oel hineindrücken würde, bis jene Dicke erreicht ist.

Die zweite denkbare Ursache der Bewegung ist folgende. Man nehme an, Alkohol und Oel ruhten auf einer Glasplatte, durch eine dünne Scheidewand getrennt. So wird die Anziehung des Glases gegen beide Flüssigkeiten den Druck in der Nähe des Bodens vermehren, und zwar in derjenigen

- 1) Die Dicke eines sehr großen in der beschriebenen Weise auf einer festen Ebene ruhenden Tropfens ist $2\sqrt{\frac{H}{g\rho}}$, wo ρ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, g die Schwere, und H die bekannte Laplace'sche Constante bedeutet. Die Erhebung des höchsten Punktes über den äußersten Punkt des Randes ist nämlich gleich derjenigen dieses äußersten Punktes über den tiefsten, und hat den Werth $\sqrt{\frac{H}{g\rho}}$. Bei 18°R . stieg das Rüböl, dessen ich mich bediente, zu einer Höhe von $17,7\text{mm}$ in einer Röhre von $0,861$ lichter Weite, woraus für $\frac{H}{g\rho}$ der Werth $7,61$ und für $\sqrt{\frac{H}{g\rho}}$ der Werth $2,76$ folgt.

Flüssigkeit am meisten, die am stärksten angezogen wird. Unter der Annahme, diese Flüssigkeit sey der Alkohol, wird die Scheidewand vom Alkohol stärker gedrückt wie vom Oel, so dafs, würde sie plötzlich entfernt, jener dieses verdrängen müfste ').

Die dritte Veranlassung zur Bewegung ist die Ausbreitung des Alkohols. Sie erzeugt bei p eine Strömung im Sinne des Pfeils. Da die in Folge dessen eintretende Erzeugungsströmung im Sinne des anderen Pfeils einmal die entgegengesetzte bei p in der Nähe, und außerdem die Reibung am Glase zu überwinden hat, so vermag sie nicht soviel Oel zuzuführen, als die Ausbreitungsströmung fortreift. Der Oelrand muß also vorwärts rücken. Man bemerkt übrigens auch auf dem Oelrande ganz regelnäsig die Farbenringe der Ausbreitung.

Welcher von den drei Ursachen der Vorrang gebührt, oder ob sie vielleicht alle thätig sind, kann nur das Experiment und genaue Beobachtung entscheiden.

Es zeigt sich, daß die letzte allein wirksam ist. Wenn nämlich Vertreibung mit Farbenringen auf dem Oelrande stattfindet, und man gießt mehr Alkohol hinzu, so hört sie sofort auf. Ueberhaupt jedes Manöver wodurch die Ausbreitung vom Rande des Oels mehr auf die ebene Oberfläche verlegt wird, unterbricht alsbald die Vertreibung. Die bei-

- 1) Wenn man nur die Anziehung des Glases berücksichtigt, deren senkrechte Compenente Z sey, und deren horizontale Componenten verschwinden, so ist nach der hydrostatischen Grundgleichung: $dp = Zdz$; und wenn von $z = \infty$ bis $z = z$ integriert wird, so wird der Druck in der Höhe z über der Glasplatte $p = \int Z dz$. Zwei Schichten Flüssigkeit, die durch eine senkrechte Ebene von einander getrennt sind, könnten also nur dann im Gleichgewicht seyn, wenn $\int Z_1 dz = \int Z_2 dz$, wo

Z_1 und Z_2 die senkrechten Componenten der Anziehung des Glases gegen beide Flüssigkeiten vorstellen. Wenn man indessen die Wirkungen der Flüssigkeiten auf sich selbst, wie es in der Ordnung ist, einführt, so muß man auf die Grundsätze der Capillarität fallen, wodurch der entsprechende im Texte angedeutete und gewöhnlich angenommene Grund der Bewegung problematisch wird.

den ersten Gründe hätten nach wie vor Geltung. Auch verbreitet sich der Alkohol über eine Glasplatte langsamer frei, als wenn er einem Oeltropfen begegnet. Dies wäre aus den zuerst angeführten Gründen unerklärlich, während man sich sehr leicht vorstellen kann, dass der energische, plötzlich beginnende Vorgang der Ausbreitung solche Erscheinungen zur Folge hat.

Endlich ist die Reihenfolge nach welcher die Flüssigkeiten sich vertreiben, unabhängig von der Beschaffenheit der Unterlage und dieselbe wie bei der Ausbreitung. So wird Wasser durch Aether und Alkohol vom Steinsalz, vom Eise, etc. vertrieben.

Jene beiden ersten Ursachen werden vielleicht bisweilen Bewegungen veranlassen. Aber bei dem Vorgang der Vertreibung sind sie unwirksam, und er ist vielmehr nur Aeußerung des Ausbreitungsprincips.

Ich glaube nun die Haupterscheinungen, welche mit der Alkoholausbreitung zusammenhängen, beschrieben, und, so weit als thunlich, zergliedert zu haben. Viele merkwürdige Bewegungerscheinungen, welche bei der Wechselwirkung von mehreren Flüssigkeiten und festen Körpern eintreten, finden vermöge der dargelegten Prinzipien leicht ihre Erklärung, und ich werde mich nicht länger dabei aufhalten. Dahin gehört unter andern die Bewegung mit irgend einer Ausbreitungsflüssigkeit getränkter Körper auf der Oberfläche anderer Flüssigkeiten, der Kampf zweier Ausbreitungen mit einander, u. s. w.

8. Von der Alkoholausbreitung unterscheidet sich die Oelausbreitung einmal durch den bereits erwähnten Umstand, dass sie sich nicht stationär machen lässt, und dann durch ihren allgemeinen Typus.

Man schildert sie am besten, wenn man sagt, dass das Oel sehr schnell die Tropfengestalt verliert, und zu einem hautartigen Ueberzug wird, welcher die ganze dargebotene Wasserfläche bedeckt. Sobald dies aber geschehen ist, zieht sich der Ueberzug wieder zu einzelnen »Augen« zusammen, und nun kann keine Oelausbreitung mehr stattfinden. Son-

dern ein Oeltropfen, den man auf eine solche Wasserfläche gieft, behält seine Linsenform, oder verändert sie doch nur äußerst langsam, indem er mit der schon vorhandenen Oelhaut verfliesst. Ob die Oelhaut sich deshalb in Augen auflöst, weil in der dünnen Membran kein stabiles Gleichgewicht herrschte, oder ob bei dem Vorgang der dünnen Vertheilung eine Veränderung in der Substanz des Oels und der Wasseroberfläche stattfindet, ist eine Frage, die ich offen lassen muß.

Folgende leichter zu übersehende Erscheinung verbreitet vielleicht einiges Licht über diesen Punkt. Ein Tropfen Terpenthinöl, auf das erste Schwefelsäurehydrat gegossen, breitet sich sehr schnell aus zu einem Durchmesser von zwei bis drei Centimeter, darauf zieht er sich aber fast eben so schnell zur Linsengestalt zusammen, und man entdeckt bei näherer Betrachtung, daß bereits die chemische Einwirkung stattgefunden hat. Der Tropfen breitet sich also aus, wird schwarz, und zieht sich wieder zusammen. In diesem Fall hat evident die chemische Veränderung des Terpenthinöls seine Gestaltveränderung zur Folge, indem sie eine Variation der Werthe der Anziehungen des Terpenthinöls gegen sich selbst und des Terpenthinöls gegen die Schwefelsäure hervorruft.

Im Gegensatz zur Oelausbreitung nimmt die Alkoholausbreitung sehr bald einen bestimmten Durchmesser an, behält ihn eine geraume Zeit hindurch, und erscheint dann als ein so stationärer Bewegungszustand, daß selbst die Wasserbeule mehrere Secunden lang ihre Höhe nicht verändert. Dabei sind fast durchgängig zwei Zonen der Ausbreitung sichtbar, nämlich in der Mitte eine verdickte Stelle, die gleichsam als Magazin dient, von dem aus die Substanz sich auf der Unterlage verbreitet, und um diese verdickte Stelle die Zone in welcher die Farbenringe auftreten und die der Sitz der Kraft zu seyn scheint, welche die mechanischen Effecte der Ausbreitung erzeugt. Die Oelausbreitung hingegen ist ein plötzlicher Vorgang, welcher, ohne je einen stationären Charakter auzunehmen, dauert, bis das Oel den

Umfang der dargebotenen Wasserfläche erreicht hat, wobei die Farben alsbald auf der ganzen Ausbreitungsstelle, deren Mitte eingeschlossen, zu sehen sind.

9. Die Oelausbreitung hat schon seit Plinius die Augen der Naturforscher auf sich gelenkt, wegen einer höchst seltsamen Erscheinung, die sie veranlaßt, ich meine die Wellenbesänftigung. Die kleinen scharfgrathigen, kräuselnden Wellen, die dem Steuermann das Herannahen eines Windstofses durch dunkle Färbung der Wasserfläche verkünden, sind es, an denen man jene Erscheinung am Besten beobachtet: wenige Tropfen, auf eine so bewegte Wasserfläche gegossen, reichen aus um sie vollkommen eben erscheinen zu lassen.

Ich kenne nur zwei Erklärungsversuche der Wellenbesänftigung. Der eine röhrt von Benjamin Franklin her, der andere von Frankenheim.

Frankenheim vermutet der Grund des Aufhörens des Wellenschlags liege einfach darin, daß das Oel beständig von den Wellenbergen in das Wellenthal fließe, und so durch eine Art fortgesetzten Widerstandes, die Wellenbewegung, welche im Pendeln der Wassertheilchen besthe, allmählich vernichte.

Allein, selbst wenn die Wellenbesänftigung auch nicht so plötzlich einträte, daß der Gedanke an die allmähliche Wirkung eines Widerstandes verworfen werden müs, so würde mir diese Erklärung schon deshalb nicht zusagen, weil das Oel bei seiner Verbreitung über den Wasserspiegel eine Schicht bildet, deren Dicke von der Ordnung der Wellenlänge des Lichts ist, welche demnach, ihrer geringen Masse wegen, derartige mechanische Wirkungen nicht würde hervorrufen können.

Franklin erklärt die Dämpfung des Wellenschlags folgendermaßen. Er nimmt an, daß die Reibung zwischen Luft und Oel geringer sey, als zwischen Luft und Wasser. Da man die Wellen gewissermaßen als Falten der Wasserfläche ansehen könnte, welche durch Reibung der Luft am Wasser entstehen, so sey es denkbar, daß durch das Oel

die Oberfläche des Wassers, ähnlich den aneinander schleifenden Theilen einer Maschine, geschmiert würde. So könnte der ölige Ueberzug die Wasseroberfläche vor dem Faltigwerden schützen.

Diese Vorstellung kann zwar richtig seyn, und die Wellenbesänftigung zum Theil erklären. Sie kann den Umstand begreiflich machen, dass die Wellenbesänftigung längere Zeit anhält, wenn diese Beobachtung richtig ist. Ueberhaupt würde daraus folgen, dass auf einer mit Oel überzogenen Wasserfläche Wellen schwerer, als auf einer gewöhnlichen, entstehen.

Aber das plötzliche Ebenwerden des Wasserspiegels, welches ebenso schnell fortschreitet, wie die Oelausbreitung selbst, ist damit nicht erklärt. Der Grund der Wellenbesänftigung scheint vielmehr in dem Vorgang der Ausbreitung selbst zu liegen.

Schon Franklin hatte bemerkt, dass die Oelausbreitung leichte, an der Oberfläche des Wassers schwimmende Körperchen mit einer gewissen Intensität vom Centrum der Ausbreitung fortstofse. Es ist dies nichts anders als der Ausbreitungsstrom, dessen Wirkungen ich bei der Alkoholausbreitung besprochen habe. Durch die Ausbreitung des Oeles wird die Oberfläche des Wassers fortbewegt. Die gekräuselten Wellen, welche sich zur Beobachtung der Wellendämpfung am besten eignen, sind scharfkantig und nicht hoch. Die scharfe Kante nimmt der Ausbreitungsstoß sofort hinweg, und die Fortbewegung der Wasseroberfläche verwandelt die Bahnen der schwingenden Wassertheilchen aus Ovalen mit senkrechter großer Axe in Linien, die fast mit dem Spiegel des Wassers zusammenfallen. Wenn nun die Beobachtung richtig ist, nach welcher eine solche Wasserfläche längere Zeit eben bleibt, und sie nicht auf irgend einer Täuschung durch den veränderten Glanz beruht, so kann man die Franklin'sche Hypothese beibehalten, um diesen zweiten Theil der Erscheinung zu erklären. Indessen vermuthe ich, dass in der That nur der andere Glanz der Wasserfläche an der mit Oel bedeckten Stelle und der

Umstand, dass der Wellenschlag nicht augenblicklich wieder eintreten kann, den Grund der scheinbar anhaltenden Wellendämpfung enthalten.

Versuche mit künstlich erregten Wellen habe ich der vorgerückten Jahreszeit wegen nicht fortsetzen können. Man hat dabei mit zweierlei Schwierigkeiten zu kämpfen. Einmal reichten die geringsten Spuren ölicher Substanzen, die an den Wasserspiegel gelangen, aus, um diesen mit einer Haut zu überziehen, welche zwar unsichtbar ist, aber der Ausbreitung einen grosen Theil ihrer Intensität raubt. Zweitens haben künstlich erregte Wellen keine scharfe Kanten, und sind an sich schon ziemlich lang, was die Wirkung der Oelausbreitung unscheinbar macht. Nichts destoweniger habe ich einige Mal mit Bestimmtheit eine besänftigende Wirkung beobachtet. Ich glaube deshalb nicht auf das Detail dieser Versuche eingehen zu dürfen, weil ich dabei noch keine hinreichende Sicherheit des Erfolgs erreicht habe.

10. Ich habe eingangs bemerkt, dass ein Tropfen einer Flüssigkeit auf die Oberfläche einer anderen gegossen, entweder einen schwimmenden Tropfen oder eine Ausbreitung bilde. Dies kann präziser gefasst werden. Je nachdem der Winkel, den seine freie Oberfläche mit der gemeinsamen Oberfläche des Tropfens und der Unterlage einschließt, grösser oder kleiner ist, wird der Durchmesser des schwimmenden Tropfens kleiner oder grösser seyn. Ist dieser Winkel Null, so wird der Durchmesser unendlich, d. h. die aufgetropfte Flüssigkeit breitet sich zu einer Haut aus. Da gemeiniglich der Tropfen, den man aufträgt, bevor er die Unterlage berührt, nahebei kugelförmig ist, so muss er sich so lange ausbreiten, bis er den ihm zukommenden Durchmesser erreicht hat. Dieser Durchmesser wird unter andern dadurch bestimmt, dass die Meridiäncurve des Tropfens keinen Wendepunkt haben darf. Es lässt sich leicht zeigen, dass kein Gleichgewichtszustand eintreten kann, so lange sie einen solchen besitzt.

Nach der Laplace'schen Theorie ist bekanntlich der Druck den ein Element der Oberfläche der Flüssigkeit, durch

die Attraction der Flüssigkeit gegen sich selbst erfährt, zusammengesetzt aus zwei Theilen; der eine, K ist über die ganze Oberfläche constant, wirkt wie der atmosphärische Druck, und braucht hier nicht berücksichtigt zu werden. Der andere Theil, auf den es hier ankommt, ist proportional der Summe der beiden reciproken Hauptkrümmungshalbmesser. Dabei sind die Krümmungshalbmesser positiv gerechnet, wenn die Krümmung concav gegen die Flüssigkeit ist, und sie in die Flüssigkeit hineingehen, negativ, wenn die Krümmung convex gegen die Flüssigkeit ist, und sie außerhalb liegen; der eine positiv der andere negativ, wenn ein Normalschnitt concav und der andere convex ist. Für das Gleichgewicht ist es erforderlich, dass in jedem Canal, der an zwei Stellen der Oberfläche mündet, Gleichgewicht herrscht, d. h. dass die Wirkung der Schwere und der Krümmung sich gegenseitig aufheben.

Fig. 5 Taf. II sey der Querschnitt eines schwimmenden Tropfens, dessen Meridiancurve bei i einen Wendepunkt haben soll. Zwischen a und i sind beide Krümmungshalbmesser positiv, der volle Druck ist nach Innen gerichtet. Es sey α_1 ein Punkt zwischen a und i . Von α_1 nach r zu muss für das Gleichgewicht die Summe der reciproken Krümmungshalbmesser stets wachsen. Denn legt man z. B. den Canal $\alpha_1 \delta \alpha_2$, so wird der Druck bei δ im Sinne des Pfeils noch vermehrt um das Gewicht des Canals $\alpha_1 \delta$. Diese Forderung erfüllt aber die vorliegende Gestalt des Tropfens nicht. Denn über i hinaus wird der Krümmungshalbmesser der Meridiancurve negativ, während derjenige des darauf senkrechten Normalschnittes stets zunimmt, sein reciproker Werth also abnimmt. Wenn bei r der Winkel φ Null ist, so verschwindet dort vollständig der Gegendruck gegen d_1 , und man sieht ein, dass der Tropfen sich bis zur Ebene abflachen muss.

Durch diese Bemerkung erklärt sich die Oelausbreitung vollkommen befriedigend. Auch jene Erscheinung der Ausbreitung und Zusammenziehung des Terpenthinöls auf der Schwefelsäure ist begreiflich, denn man hat nur anzunehmen,

dafs durch die chemische Einwirkung der Winkel φ einen gröfsen Werth erhält. Ja, alle bisher mitgetheilten Erscheinungen der Alkoholausbreitung würden ebenfalls daraus unschwer abzuleiten seyn, sobald man sich nur die Ueberzeugung verschafft hätte, dafs der capillare Druck die mechanischen Effecte hervorzurufen die hinreichende Wirksamkeit besitze.

Allein der neue Gesichtspunkt, dafs die Alkoholausbreitung stationär gemacht werden kann, macht die obige Erklärung ungenügend. Die Alkoholausbreitung kann nämlich in der Weise stationär gemacht werden, dass erstens der Wendepunkt fortfällt, und dass zweitens die Oberfläche unbeweglich wird. Das Erstere beseitigt die gegebene Erklärung, dass Zweite überhaupt jede Erklärung mit Hülfe des Laplace'schen capillaren Drucks.

Für die Oelausbreitung übrigens, da sie nicht stationär gemacht werden kann, reicht jene Erklärung immerhin aus, und es ist kein Zweifel, dass auch bei der Alkoholausbreitung von Tropfen der capillare Druck eine Rolle spielt, denn der Winkel φ ist bei allen Substanzen, welche diese Erscheinung zeigen, entweder Null oder doch sehr klein, und die Gestalt (Fig. 5) ist, wie ich gezeigt habe, keine Figur capillaren Gleichgewichts.

II. STATIONÄRE AUSBREITUNG.

Sie entsteht wenn man aus einem Alkoholbassin mit constantem Niveau den Alkohol durch eine Röhrenleitung aus einer feinen Spitze auf die Oberfläche des Oels fliest. Dabei kann man das Rohr, welches an der Oberfläche des Oeles mündet, von unten her durch das Oel, oder von oben bis an die Oberfläche führen.

Da es für die zu beschreibenden Versuche häufig nöthig war, die Ausflussmengen zu messen, so habe ich einen Apparat construirt, der sich als practisch erwiesen hat. Den Apparat werde ich im Beginn dieses Capitels beschreiben, um mich im Laufe desselben darauf beziehen zu können.

Er besteht aus zwei wesentlichen Theilen, die in Fig. 6

(A und B) und Fig 7 Taf. II dargestellt sind. Fig. 6 ist das Alkoholreservoir, Fig. 7 die Röhrenleitung. Das Alkoholreservoir ist ein prismatisches vierseitiges Messingrohr *RR*, von 33 Centimeter Länge und 2,16 Quadratcentimeter Querschnitt. Bei *s* ist ein Gelenk, vermöge dessen es aufrecht gestellt werden kann in die Lage *R₁R₁*. *U* ist die Oeffnung, durch welche es gefüllt wird, und die während des Versuches geschlossen bleibt durch einen Kork, in den eine Glasröhre mit einer engen Oeffnung eingesetzt ist, um bei möglichst geringer Verdunstung Luft in das Reservoir eintreten zu lassen. *mm* ist ein Wasserstandsmesser, welcher mit dem Alkoholreservoir communicirt, aber stets senkrecht steht, so dass er den Stand des Alkohols bei horizontaler sowohl wie bei verticaler Stellung des Reservoir *RR* anzeigt. *B* ist dieser Apparat von oben gesehen. *mm* ist wieder der Wasserstandsmesser. Bei *s* und *g₁* sind bewegliche Glieder; bei *g₁* beginnt die Röhrenleitung. Dieser Reservoirapparat ist senkrecht verschiebbar an dem Stabe *t* (s. A), der vermöge eines schweren Fusses *F* fixirt ist. Die Röhrenleitung Fig. 7 Taf. II beginnt bei *S₁* mit einem Messingrohr *g₁g₂*, in welchem zwei Hähne *H₁* und *H₂* angebracht sind. *H₂* hat das Geschäft die Röhrenleitung zu öffnen oder zu schliessen. Der Hahn *H₁*, mit einem langen Hebelarm versehen, dessen Ende auf der Scale *z* läuft, dient zur feinen Einstellung, um die Ausflusstmengen nach Willkür sehr wenig variiren zu können. Vom beweglichen Gliede *g₁g₂* ab ist die Röhrenleitung von Glas, hat noch bewegliche Glieder bei *g₃* und *g₄*, wo das Gelenkstück durch einen Retortenhalter befestigt ist. Bei *r* kann man beliebige Ausflusöffnungen ansetzen. Auf die Gestalt der Ausflusöffnungen selbst kommt wenig an. Ich benutze ein Messingrohr, an welches konische Ansatzröhren von verschieden großer Oeffnung (0,1^{mm} bis 1,0^{mm}) angeschraubt werden können. Der Arm des Retortenhalters wird bei *m* durch eine Schraubenführung, die in der Zeichnung nicht weiter angedeutet ist, auf und nieder bewegt zur feinen Einstellung der Spitze *r*. Die Glieder *g₂g₃g₄* erfüllen einen dreifachen Zweck. Einmal machen sie es möglich das Alkoholre-

servoir am Stabe t auf und nieder zu schieben ohne die Röhrenleitung von g_4 ab zu bewegen. Zweitens dienen sie dazu, die Ausflussoffnung beim Reinigen des Apparats tief unter das Niveau zu bringen, und der Röhrenleitung bei der Füllung mit Alkohol diejenige Stellung zu ertheilen, bei welcher jeder folgende Punkt über dem vorhergehenden steht, wodurch das störende Zurückbleiben von Luftblasen in der Röhrenleitung vermieden wird.

Die Ausflusmmengen werden folgendermassen gemessen. In der Horizontalstellung von RR ist die Oberfläche des Alkohols sehr gross im Vergleich zum Querschnitt des Reservoirs, so dass z. B. das Niveau nur um 1^{mm} zu fallen braucht, um in der senkrechten Stellung um 22^{mm} zu fallen. Da es mir auf Bestimmung der Druckhöhen d. h. der Höhendifferenzen zwischen dem Spiegel des Alkohols und der Ausflussoffnung nicht ankam, so wählte ich sie 15 Centim. und verringerte die Geschwindigkeit dadurch, dass ich in allen Gelenken Baumwollenpropfen anbrachte, die zugleich den Alkohol filtrirten. Dann blieb die Geschwindigkeit für Niveaudifferenzen, wie sie in der horizontalen Stellung möglich waren, constant, während ich die Ausflusmmengen bei der senkrechten Stellung auf $0,1^{\text{mm}}$ genau ablese konnte. Die Reihenfolge der Operationen war nun folgende. Zuerst wurde H_2 geöffnet und H_1 eingestellt, so, wie es der Versuch verlangte. Dann wurde H_2 geschlossen, das Reservoir in die Lage R_1R_2 gebracht, der Stand des Alkohols am Wasserstandsmesser mm abgelesen, das Reservoir wieder horizontal gestellt und der Hahn H_2 geöffnet. Nachdem darauf während einer bestimmten Zeit Alkohol ausgeflossen war, wurde H_2 wieder geschlossen, und der Stand bei senkrechter Stellung des Reservoirs am Wasserstandsmesser abgelesen.

Zuerst werde ich nun ein genaues Bild der stationären Ausbreitung entwerfen, und dann werde ich die Versuche beschreiben in der Reihenfolge, in welcher sie angestellt worden sind.

II. Ist die Ausflussoffnung $\frac{1}{2}^{\text{mm}}$ bis 1^{mm} über der Oelober-

fläche angebracht, so hat die Meridiancurve des Alkohols die Gestalt (Fig. 8 Taf. II) welche keinen Wendepunkt darbietet und sehr wohl eine capillare Gleichgewichtsoberfläche seyn kann. Mündet sie unter der Oberfläche, indem die Röhrenleitung durch das Oel von untenher bis an die Oberfläche geführt wird, so ist die Meridiancurve schwach trichterförmig eingedrückt.

Wenn man dünne Oelschichten auf Wasser anwendet, sieht man, wie bei der Ausbreitung von Tropfen, Vertiefung und Beule, und kann sie so lange erhalten, als man will.

Man kann die Ausbreitung asymmetrisch machen dadurch, dass man im Oele ein Hinderniss für den Ausbreitungsstrom anbringt in Form einer senkrecht aufgestellten Platte, die nicht bis an die Oberfläche reicht, deren Ebene aber, verlängert, die Ausbreitung in einer Sekante schneiden würde. Dann ist der Kreis eingedrückt an der Stelle, wo sich die Platte befindet.

12. Die Reihenfolge der Ringe ist natürlich die umgekehrte wie im Newton'schen Experiment, weil die Alkoholschicht nach der Peripherie hin an Dicke abnimmt. Statt des Schwarz fängt die Schicht mit einem eigenthümlichen Braungrau an, welches gleichsam in Fetzen gerissen auseinander läuft. Dieses zerfetzte Ansehen wird sehr deutlich bei gehemmter Verdunstung, wovon noch ausführlicher die Rede seyn wird. Bis zu dieser Zone vom Centrum aus ist die Alkoholschicht zusammenhängend und erst dort erscheint sie so zerrissen. Ich vermuthe das der Alkohol hier zu seiner dünnsten Vertheilung gelangt ist, und dass er zerreißt, weil seine Beschaffenheit keine dünnerne Vertheilung auf einer Ebene gestattet. Nach dem Grau kommt, eine schmalere Zone als dieses bildend, bläulich weifs, das übrigens ziemlich intensiv blau ist, und darauf in rascher Aufeinanderfolge die übrigen Farben des ersten Ringes. Dem Centrum etwas näher sieht man zuweilen noch den zweiten Ring, sehr selten vollständig, aber Violet und Blau ziemlich häufig. Es hängt dies von Umständen ab, die ich noch erörtern werde. Auf das Ringsystem folgt bis zum Centrum der Ausbreitung eine

Zone, welche ich die körnige nenne, weil sie, von unten durch das Oel gesehen, den Eindruck macht, als wäre sie mit feinem Sande bedeckt. Diese Zone ist besonders schön bei der Ausbreitung des Aethers auf Oel zu sehen, wo sie den ganzen Durchmesser einnimmt, weil keine Farbenringe gegenwärtig sind.

Endlich sieht man bei genauer Beobachtung jenseits des Grau eine schwache aber ganz scharfe Falte in der Oeloberfläche, welche die Stelle zu seyn scheint, wo die Ausbreitungsströmung in das Oel eindringt. Die Distanzen dieser Zonen vom Centrum giebt Fig. 8 Taf. II. I ist der Anfang des ersten Ringes, II der Uebergang von Blau in Grau, III das Ende des Grau, IV die Falte.

Eine interessante Frage ist noch die nach der Geschwindigkeit in den verschiedenen Zonen. Der Augenschein lehrt, dass sie nach der Peripherie hin zunimmt. Genaue experimentelle Bestimmungen dürften schwerlich zu machen seyn. Wenn man indessen leichte Körperchen in die Gegend des Centrums der Ausbreitung wirft, so sieht man, wie sie ziemlich träge durch die körnige Zone geführt werden, in die Gegend der Ringe angelangt, aber einen starken Impuls erhalten, der sie weit von der Peripherie der Ausbreitung hinwegschleudert. Ich schätze die Geschwindigkeit dieses Stoßes bei Aether auf mehrere Fufs. Bei Alkohol ist sie etwas geringer.

Diese sind Bemerkungen, welche sich bei Beobachtung der stationären Ausbreitung sofort aufdrängen. Ich wende mich nun zur Untersuchung der Wirkung der Diffusion und Verdunstung auf die Ausbreitung.

13. Dieser Untersuchung liegt ein Experiment zu Grunde, welches ohne den beschriebenen Apparat angestellt wurde. Es ist für die Theorie der Ausbreitung von Wichtigkeit, weil es eine unzweideutige Entscheidung liefert in Betreff des Einflusses der Verdunstung und Diffusion. Man bedarf zu diesem Experiment eines runden Gefäßes mit ebenem Rande welches bedeckt werden kann mit einer planen, rechteckig geschnittenen Glasplatte. Diese Glasplatte muß in der Breite

etwas gröfser wie der Durchmesser des Gefässes, in der Länge aber mindestens doppelt so grofs seyn. In dieses Gefäss bringt man mit Alkohol vollkommen gesättigtes Oel, überzogen von einer dünnen Schicht reinen Alkohols. Man bedeckt das Gefäss mit der Glasplatte so, daß der überragende Theil derselben es noch einmal bedecken könnte, und wartet nun eine Weile bis die Luft über dem Alkohol mit seinen Dämpfen gesättigt ist, was nach einer halben Stunde zweifelsohne stattfindet. Dann nimmt man das Gefäss mit Daumen und Zeigefinger beider Hände, schüttelt es einen Augenblick, und zieht den reinen Theil der Glasplatte darüber, so dafs man die Oberfläche des Oels beobachten kann. Nun sieht man bei geeigneter Stellung des Auges, die Tropfen Alkohol, welche an die Oberfläche gelangen, Ausbreitungen mit Farbenringen bilden, die zwar deutlich sichtbar aber etwas verwaschen sind. Dies Spiel dauert eine Weile, bis sich die Oberfläche des Oels wieder mit Alkohol bedeckt hat. Nun kann man den überragenden Theil der Glasplatte reinigen, wieder schütteln, und das gereinigte Ende der Glastafel über das Gefäss ziehen. Danu tritt genau dieselbe Erscheinung ein, und es läfst sich der Versuch beliebig oft wiederholen, und stets mit demselben Resultat. Man thut gut das Gefäss so wenig wie möglich zu berühren, um den Verdacht nicht aufkommen zu lassen, als könnte die Erwärmung durch die Hände die Luft und das Oel in den Stand setzen, noch etwas Alkohol aufzunehmen.

Dieses Experiment beweist mit aller Strenge, daß die Ausbreitung noch stattfindet, wenn kein Alkohol mehr verdunsten oder diffundiren kann. Was den Gehalt des Oels an Alkohol betrifft, so bemerke ich gleich, dafs er wenig Einfluß auf die Ausbreitung besitzt. Während die Verdunstung, werde sie gehemmt oder gefördert, ihr einen anderen Charakter verleiht.

14. Um die Wirkung der Verdunstung bei der stationären Ausbreitung zu studiren, gab ich der Röhrenleitung die Fig. 7 Taf. II r₁ abgebildete Form, d. h. ich leitete das

Ausflusrohr durch den Boden des Gefäßes *F*, und von unten her an die Oeloberfläche. Das Gefäß *F* war oben abgeschliffen und konnte luftdicht verschlossen werden mit der Glasplatte *pp*.

Wenn man die Glasplatte aufgelegt hat, und sie von der Oeloberfläche etwa $1\frac{1}{2}$ cm entfernt ist, so sieht man den Durchmesser der Ausbreitung allmählich wachsen, und den Rand des Gefäßes erreichen, worauf keine Ausbreitung mehr stattfindet. Dann fließt der Alkohol auf dem Oele aus, und bedeckt es als Schicht. Wenn man aber den Hahn *H*₁ fortwährend so einstellt, daß der Rand des Gefäßes nicht erreicht wird, so erhält man schließlich eine stationäre Ausbreitung bei gehemmter Verdunstung. Ich habe, da der Versuch etwas schwierig ist, dabei keine zuverlässige Messung anstellen können. Mit einiger Sicherheit vermag ich anzugeben, daß in einem Falle der Durchmesser des Blau des ersten Ringes bei gehemmter Verdunstung 6 cm, ohne Glasplatte aber nur 2 cm betrug.

Wie lange dieser stationäre Zustand anhält kann ich nicht sagen. Einmal habe ich ihn 5 bis 6 Stunden dauern sehen. Dabei war die Luft so gesättigt mit Alkohol, daß die Glasplatte *pp*, wo man sie mit Aether befeuchtete, sofort beschlug, und beschlagen blieb.

War der Abstand der Oeloberfläche von der Glasplatte sehr gering, z. B. 3 mm, so wirkte auffallender Weise das Auflegen der Glasplatte fast momentan auf den Durchmesser der Ausbreitung. Ich kann mir unmöglich denken, daß die Luft so schnell gesättigt wurde. Vielmehr vermuthe ich, daß während der Ausbreitung ähnliche Strömungen in der Luft wie im Oele existiren, deren Effect dann wäre, immer solche Luft zuzuführen, die noch Alkohol aufnehmen kann. Die plötzliche Unterbrechung dieser Strömungen kann sehr wohl augenblicklich die Verdunstung hemmen, indem sie die Fortführung der bereits mit Alkohol geschwängerten Luft verhindert.

Der Unterschied der Ausbreitung bei gehemmter und ungehemmter Verdunstung besteht, außer im vergrößerten

Durchmesser, noch in der Verwaschenheit der Farbenringe, deren dann zwei deutlich zu sehen sind, und in der Abschwächung der mechanischen Wirkungen. Damit will ich nicht sagen, dass die gesammte Arbeit verringert werde. Die Geschwindigkeit fällt aber geringer aus, weil grössere Oelmassen zu bewegen sind. Das Grau nimmt bei gehemmter Verdunstung einen fast ebenso grossen Theil des Durchmessers ein, als die übrigen Zonen zusammen genommen, und zeigt in hohem Grade jenes zerrissene Ansehen, von dem schon die Rede war.

15. Wenn indessen die Verdunstung durch irgend ein Mittel gefördert wird, etwa durch Blasen auf die Ausbreitung, so nimmt deren Durchmesser augenblicklich bedeutend ab, die Farbenringe mehren sich, und sind markirter.

16. Da die Verdunstung mit der Temperatur zunimmt, so hat man von der Anwendung heissen Oeles ähnliche Erscheinungen zu erwarten. In der That, wenn man heisses Oel auf die Ausbreitungsstelle giesst, und die ersten unregelmässigen Bewegungen in der Masse des Oels aufgehört haben, so schrumpft die Ausbreitung zusammen, und es bildet sich ein sehr markirter und schmaler Ring. Jenseits des Grau sind dann zwei Falten, statt Einer, zu sehen, deren Bedeutung mir übrigens ganz unbekannt ist. Die mechanischen Wirkungen er scheinen verstärkt, wie sie abgeschwächt waren bei gehemmter Verdunstung.

17. Die Intensität der Bewegungerscheinungen erreicht aber ihr Maximum, sobald die sich ausbreitende Substanz angezündet wird. Die Ausbreitung des Alkohols schrumpft augenblicklich um mehr als die Hälfte zusammen, und die Bewegung der Oeloberfläche wird äusserst rapide. Ueber dem Kreise der Ausbreitung schwiebt in einer Höhe von etwa 2^{mm} die Alkohollamme. Sie ist von regelmässiger, konischer Gestalt, und, wenn ihre Basis 3^{cm} nicht übersteigt, sehr ruhig. Am Verbrennungsproces nimmt das Oel nicht den geringsten Anteil, wie dies das reine Blau der Flamme beweist. Durch die Flamme hindurch sieht man an der Peripherie der Ausbreitung die Farbenringe, deren wohl drei bis vier sehr

schmale zum Vorschein kommen. Vergrößert man durch Oeffnen des Einstellungshahns die Basis, so wird die Ausbreitung unregelmässiger und die Flamme geräth in schwankende Bewegung. Die Ausbreitung des Aethers oder eines Gemisches von Aether und Alkohol brennt mit weifsgelblicher Flamme. Mit diesem Gemisch kann man folgenden Versuch anstellen, der für die Theorie deshalb wichtig ist, weil er lehrt, wie bedeutend die Strömungsgeschwindigkeit im Oele durch das Anzünden der Ausbreitung erhöht wird. Ich ließ die Ausflussöffnung nicht unmittelbar unter der Oeloberfläche münden, sondern etwa 8^{mm} tiefer. Nun öffnete ich den Einstellungshahn so weit, dass jenes Gemisch tropfenweise an die Oberfläche stieg, und zwar in der Menge, dass die Basis der Flamme etwa 3^{cm} betrug. Dann bemerkte ich, dass wenn die Ausbreitung brannte, das Gemisch in einem continuirlichen Strahl aufstieg, der etwa zwei Millim. von der Ausflussöffnung eine Contraction von der Hälfte des Durchmessers zeigte. Die Ausflussöffnung hatte 0,8^{mm} Durchmesser, der Strahl ungefähr 0,4^{mm}. Wurde die Flamme ausgeblasen, so löste sich der Strahl augenblicklich in Tropfen auf. Diese Erscheinung ist aber erst zu sehen, wenn das Oel schon heis ist, was man am bequemsten dadurch erzielt, dass man die Ausbreitung einige Zeit lang mit grossem Durchmesser brennen lässt. Nimmt man jedoch über einer Lampe gleichmässig erwärmtes Oel, und vermeidet unregelmässige Bewegungen und Erschütterungen desselben, dann gelingt es den Strahl bis 1 $\frac{1}{2}$ ^{cm} lang zu erhalten. Wenn man während des Versuches die Strömungen im Oele an fortgerissenen Staubkörnchen beobachtet, so erkennt man die Zunahme der Geschwindigkeit leicht an dem Umstände, dass bei angezündeter Ausbreitung die Strömungen kaum mehr mit dem Auge verfolgt werden können.

Durch diese Untersuchung war der grosse Einfluss der gehemachten oder geförderten Verdunstung auf die Erscheinungen der Ausbreitung festgestellt. Das Resultat ist kurzgefasst folgendes. Der Durchmesser der Ausbreitung ist um so kleiner, die Ringe sind um so schmäler und markirter,

d. h. die Alkoholschicht ist nach der Peripherie zu um so abschüssiger, je mehr der Alkohol sich verflüchtigen kann. Ferner: die Intensität der mechanischen Effecte nimmt mit der Temperatur zu.

Ich gehe nun über zur genaueren Untersuchung der Abhängigkeit des Durchmessers der Ausbreitung von den verschiedenen Factoren die darauf Einfluß haben mögen: Die Ausflußmenge, die Ausflußgeschwindigkeit, die Verdunstung, die Diffusion in das Oel. Die Temperatur und die Reibung im Oele werde ich in dieser Untersuchung nicht weiter berücksichtigen.

18. Ueber jene Abhängigkeit verbreitet eine naheliegende Relation einiges Licht. Man denke sich nämlich einen Gürtel in der Ausbreitung in der Entfernung r vom Mittelpunkte. Dann muß die durch diesen Gürtel fließende Alkoholmenge, vermehrt durch die innerhalb des Gürtels verdunstende und diffundirende gleich der Ausflußmenge seyn, alles auf die Zeiteinheit bezogen. Es sey s das specifische Gewicht des Alkohols, m die Ausflußmenge in Grammen, h die Dicke der Alkoholschicht, v deren Geschwindigkeit für den Halbmesser r , $2\pi\varphi(r)rdr$ und $2\pi\varphi_1(r)rdr$ die in der Zone mit dem Halbmesser r und von der Breite dr verdunstende und diffundirende Alkoholmenge, so ist:

$$m = 2\pi s r h v + 2\pi \int_0^r \varphi(r) r dr + 2\pi \int_0^r \varphi_1(r) r dr$$

Ueber die Functionen φ und φ_1 , läßt sich *a priori* nichts bestimmen. Indessen wird sich später zeigen, wie man ohne sie zu kennen, eine Relation für den Durchmesser der Ausbreitung finden kann. In v steckt einmal die Ausbreitungs geschwindigkeit, insofern sie an der Oberfläche durch unbekannte Ursachen erzeugt wird, und dann der Anteil, welcher von der Ausflußgeschwindigkeit herrührt.

Es ist wichtig zu untersuchen, wie weit sich der Einfluß der letzteren erstreckt. Denn man könnte vermuten, daß, wenn der Alkohol an die Oberfläche tritt, und eine stationäre

Ausbreitung entsteht, er von der sofort gebildeten capillaren Oberfläche, wie von einer festen Wand eingeschlossen, abfließt, durch sein eigenes Gefälle, und nur durch dieses, getrieben.

19. Ich stellte eine erste Versuchsreihe an mit einem Oelbassin von 14^{cm} Durchmesser und 8^{cm} Tiefe. Es wurden die zu gewissen Durchmessern der Ausbreitung gehörigen Ausflußmengen mit dem eingangs beschriebenen Apparat und nach dem angegebenen Verfahren bestimmt. Die Durchmesser habe ich mit einem Zirkel gemessen. Dies war am bequemsten, weil es die Beurtheilung der zu messenden Stelle sehr erleichtert, wenn man den ganzen Kreis der Ausbreitung vor Augen hat. Die Hand war unterstützt, und ich tauchte die Zirkelspitzen geradezu in das Oel. Dabei wichen, wenn die Ausbreitungen recht ruhig waren, meine Messungen selten mehr wie um 0,2^{mm} von einander ab.

In folgenden vier Tabellen stehen unter r die Durchmesser des Uebergangs von Blau in Grau, unter m die zu den r gehörigen Ausflußmengen in 10 Minuten und in Grammen.

I		II		III		IV	
m	r	m	r	m	r	m	r
0,40	14,5	0,53	19	0,27	9,0	0,43,	15,8
0,88	22,5	1,04	28	0,38	13,5	0,85,	22
1,3	29,5	1,52	38	0,62	18	1,52,	33
2,01	41	2,20	51			1,21,	43

Die Tabellen I, II und IV lehren, dass m mit r sehr nahe proportional ist.

Die Tabelle III zeigt, wie für sehr kleine Ausflußmengen im Anfang r als Function von m rasch ansteigt bis zu einem gewissen Werthe, worauf es in die durch die anderen Tabellen bestimmte Gerade übergeht.

Die Tabelle IV entscheidet die Frage, welchen Einfluss die Ausflußgeschwindigkeit auf den Durchmesser habe. Die Ausflußmengen nämlich, welche mit dem Index k behaftet sind, strömten aus einer kleinen, die durch den Index g bezeichneten aus einer größeren Ausflußöffnung. Die grö-

fsere hat $1,0^{\text{mm}}$ die kleinere $0,1^{\text{mm}}$ Durchmesser. Es verhielten sich also bei gleicher Ausflussmenge die Geschwindigkeiten wie 1 zu 100. Wenn nun die zu diesen Ausflusmengen gehörigen Durchmesser ein und derselben geraden Linie angehörten, so war damit offenbar bewiesen, dass die Ausflusgeschwindigkeit keinen merklichen Einfluss auf den Durchmesser hat, und demnach gar nicht in dem v der mittheilten Formel vorkommt. Diesen Beweis liefert die Tab. IV vollständig, denn die zwei auf die beiden Ausflussöffnungen bezüglichen Werthe paare schließen sich ebenso gut, wie die beiden ersten Reihen (Tabelle I und II) einer geraden Linie an.

Aus diesem Gesetze, dass »der Durchmesser der Ausbreitung nur von der Ausflussmenge und nicht von der Ausflusgeschwindigkeit abhängt,« geht hervor dass »die Kraft, welche die mechanischen Effecte der Ausbreitung hervorruft, erst auf der Oberfläche des Oels entsteht,« was übrigens schon durch den Einfluss der Temperatur auf ihre Intensität in hohem Grade wahrscheinlich gemacht worden war.

Die lineare Beziehung zwischen Ausflussmenge und Durchmesser machte mich besorgt, es möchte irgend ein Umstand bei den Versuchen nicht gehörig berücksichtigt worden seyn, weil ich nicht glaubte annehmen zu dürfen, dass die Functionen φ und φ_1 , die Form $\frac{c}{r}$ und $\frac{c_1}{r}$ haben könnten. Es konnte nun das Oelbassin nicht hinreichend groß seyn, und die Ausbreitungsströmung sich an der Wand gebrochen haben, wodurch in der That die Relation zwischen m und r wäre verändert worden.

20. Um in jeder Beziehung sichere Resultate zu erlangen, unternahm ich eine zweite Versuchsreihe mit einem gröfsen Oelbassin. Dieses Bassin hatte ungefähr $2\frac{1}{2}$ Fuss Durchmesser und 4 Zoll Tiefe. Die damit angestellten Beobachtungen waren viel umfangreicher, als die früheren, weil ich die Durchmesser von 5 Zonen bestimmte, und gröfsere Ausbreitungen anwandte. Die fünf Zonen waren: Der Anfang des zweiten Ringes vom Mittelpunkt aus, der Anfang des ersten Ringes, das Blau, das Ende des Grau, die Falte.

Ich theile beispielsweise folgende Tabelle mit. Es stehen unter *m* wieder die Ausflussmengen in 10 Minuten, und in Grammen.

	<i>m</i>	II. Ring	I. Ring	Blau	Grau	Falte
I.	0,60		28,5	33	40,5	50,5
II.	1,94		42,3	48,7	58	73
III.	1,25		50	58	68	83
IV.	1,90		69	79	92	109
V.	2,59	82	90	102	116	138

Diese zweite Versuchsreihe zeigt, daß in der That zwischen den Gränzen der früher mitgetheilten Versuchsreihen die Relation zwischen *m* und dem Durchmesser des Blau sehr nahe linear ist. Die Curve, welche *r* als Function von *m* darstellt, ist für den zweiten Ring und Blau sehr schwach gekrümmt, für Grau und die Falte schon mehr.

Um das Gesetz dieser Curven durch Interpolation zu finden, sind die Beobachtungen nicht ausreichend. Die Krümmung ist so schwach, daß ein Ausdruck zweiten Grades überhaupt vollkommen genügen mußt, um, der Genauigkeit der Beobachtungen entsprechend, die Curven darzustellen. An die Verfolgung dieses Gegenstandes knüpft sich auch kein rechtes Interesse, weil der Proces der Verdunstung an einer in dieser Weise bewegten Alkoholfläche vermutlich zu complicirt ist, als daß man hoffen könnte, dessen Theorie zu finden.

21. Ich hatte bei der Anwendung eines so grossen Oelbassins noch den Zweck, zu versuchen, bis zu welcher Gränze man den Durchmesser der Ausbreitung vergrößern könne. Um die gröfsen Durchmesser (in der Tabelle etwa von der Reihe III an) herzustellen, mußt man die Ausbreitung durch allmähliches Oeffnen des Einstellungshahns sehr langsam wachsen lassen. Sonst verbreitet sich der Alkohol in unregelmäßigen Flecken über die Oberfläche des Oels. Für ihr Zustandekommen ist also offenbar das Vorhandenseyn der Ausbreitungsströmung im Oele erforderlich. Zu einer Tageszeit wo keine Erschütterungen der Oelmasse stattfan- den, und wenn man mit großer Geduld die angegebene

Vorsicht beobachtete, gelang es einige Male eine Ausbreitung von 16 Centimeter Durchmesser zu erreichen.

Diese umfangreiche Farbenerscheinung in dem geschwärzten Oelbassin bietet einen prachtvollen Anblick dar.

22. Am Ende der grauen Zone ist die Dicke h der Alkoholschicht Null, und es muss also der Werth des Durchmessers des äussersten Grau nur von der Beschaffenheit der Functionen φ und φ_1 abhängen. Nimmt man in einer ersten Annäherung an, dass von der Ausbreitungsoberfläche ebensoviel verdunstet, wie von einer gewöhnlichen Oberfläche, und vernachlässigt das auf φ_1 bezügliche Integral rechter Hand, so wird die Relation zwischen m und r :

$$m = \alpha \pi R^2,$$

wo α diejenige Alkoholmenge bedeutet, die von der Flächeneinheit in der Zeiteinheit verdunstet, und R den Halbmesser des äussersten Grau bezeichnet.

Es schien mir wichtig zu untersuchen, wie sich der durch diese Formel bestimmte Verdunstungscoefficient zu dem direct gemessenen verhielte.

23. Allein bei der directen Bestimmung desselben hat man mit gewissen Schwierigkeiten zu kämpfen. Wenn man nämlich ohne Weiteres die in der Zeiteinheit verdunstete Alkoholmenge misst, so findet man bald, dass ihr Werth stark von der Zeit abhängt, während welcher die Verdunstung geschah. Dies lehrt z. B. folgende Tabelle, in welcher die erste Columnne die auf die Zeitdauer von 10 Minuten reducirten und von einer Oberfläche von 45,2 Quadratcentimeter verdunsteten Alkoholmengen in Milligram. enthält, die zweite T die wirkliche Zeitdauer der Verdunstung in Minuten, und die dritte t die Temperatur angiebt.

	Mgr.	T	t
I.	289	30	16° C.
II.	319	13,6	16
III.	251	42,1	15,7
IV.	341	13	16
V.	285	23	16
VI.	280	16	15,4

Die gutstimmenden Werthe I und V zu Grunde gelegt, würde man 0,0063 als Verdunstungscoëfficienten des Alkohols bei 16° C. für 10 Minuten, den Quadratcentimeter und das Gramm als Einheiten erhalten.

24. Die aus dem Durchnesser der Ausbreitung berechneten Verdunstungscoëfficienten sind aber Werthe ganz anderer Ordnung. Wenn man in der zweiten Tabelle die Ausbreitungen I, IV und V und zwar den Durchmesser des Grau und der Falte benutzt, um die Verdunstungscoëfficienten zu berechnen, so folgt:

	Grau	Falte
I.	0,042	0,027
IV.	0,030	0,021
V.	0,024	0,017

An diesen berechneten Verdunstungscoëfficienten fällt zweierlei auf. Erstens, dass sie alle viel grösser sind, wie jener direct bestimmte, und zweitens, dass sie mit wachsendem Durchmesser der Ausbreitung abnehmen.

Man kann annehmen, dass die Diffusion hinreichend Alkohol fortführt, um die Differenz der beiden Verdunstungscoëfficienten zu bedingen. Da ferner ihre Einwirkung mit dem Durchmesser der Ausbreitung vermutlich zunimmt, so kann man schließen, es folge daraus die Abnahme der berechneten Verdunstungscoëfficienten.

Allein ich glaube nicht, dass dies die richtige Erklärung sey. Sie würde die Consequenz enthalten, dass der meiste Alkohol vom Oele aufgenommen wird, was nicht der Fall ist. Ich nahm ein kleines Oelbassin, erzeugte darin eine stationäre Ausbreitung, die fast die ganze Oberfläche bedeckte, und ließ den Alkohol so lange ausströmen, bis er, wäre er vom Oele aufgenommen worden, es zweimal hätte sättigen können. Aber dieses Oel, wie ich es mit Alkohol schüttelte, verschluckte noch eine beträchtliche Menge davon.

Ich glaube vielmehr der Hauptgrund jener Differenz der Verdunstungscoëfficienten ist zu suchen in den Luftströmungen, deren Existenz eine weiter oben angeführte sonderbare Erscheinung schon hatte vermuten lassen. Man muss sich

denken, dass in der Luft eine ähnliche Strömung wie im Oel stattfindet. Darum, weil diese Strömung fortdauernd frische Luft zuführt, kann mehr Alkohol verdunsten, und darum, weil die nach dem Centrum der Ausbreitung absteigende und nach dem Umfang zu abfließende Luft bei grösseren Ausbreitungen über eine grössere Alkoholfläche zu streichen hat, wird sie, bald mit Alkoholdämpfen geschwängert, weniger Alkohol fortführen können, woraus sich die Abnahme der Verdunstungscoëfficienten erklärt.

Es ist somit anzunehmen, dass der berechnete Verdunstungscoëfficient in der Mitte liegen wird zwischen jenem direct gemessenen, und dem Verdunstungscoëfficienten, den man erhalten würde, wenn der Alkohol in einem Strome von frischer Luft verdunstete. Dass dies richtig sey, wird man aus den später mitzutheilenden Zahlen ersehen.

Um eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen beiden Verdunstungscoëfficienten zu erzielen, schlug ich nun folgendes Verfahren ein.

25. Es ist bereits erwähnt worden, dass man durch Blasen auf die Ausbreitungsstelle den Durchmesser der Ausbreitung verringern könne. Es schien mir unzweifelhaft, dass der Verdunstungscoëfficient, den man erhalten würde, durch eine so zusammengeschrumpfte Ausbreitung und derjenige, welcher aus der Ermittelung des unter der Einwirkung eines Gebläses verdunsteten Alkohols folgt, identisch seyn müsten. Eine erste Versuchsreihe bestätigte dies nicht. Dies lag jedoch daran, dass die Verwandtschaft des Alkohols zum Wasser auf alle solche Erscheinungen sehr störend einwirkt.

Ich war deshalb gezwungen, trockene Luft anzuwenden. Zu dem eingangs beschriebenen Apparate kam also noch ein kräftiges Gebläse hinzu, welches die Luft durch ein Chlor-calciumrohr in einem 8^{cm} breiten Strome auf die Oberfläche des Oels trieb. Die Wirkung der trockenen Luft konnte man schon daran erkennen, dass die Ausbreitung nicht, wie sie sonst zu thun pflegt, jenseits der grauen Zone Ringe absetzte, die aus kleinen Wasserblaschen bestehen, und deren Grösse sonst nicht so sehr vom Gehalt an Wasser des

Alkohols, als vielmehr von der Feuchtigkeit der Luft abhängt. Die Ausbreitung schrumpfte also im trockenen Luftstrom noch mehr zusammen, wie im feuchten. Auch der direct gemessene Verdunstungscoefficient war grösser.

Ich theile hier eine Tabelle mit, in welcher wie früher unter m die Ausflusmengen in 10 Minuten und in Grammen stehen, unter R die zu diesen Ausflusmengen gehörigen Durchmesser des äussersten Grau. Die Temperatur war 19° C.

	m	R	R^2
I.	1,04	1,4	1,96
II.	2,34	2,25	5,06
III.	2,77	2,50	6,25
IV.	5,19	3,5	12,2

Die Abhängigkeit von m von R lässt sich sehr genau darstellen durch die Relation:

$$m = 0,130 \pi R^2 + 0,225.$$

Der Verdunstungscoefficient des Alkohols, den ich direct fand, indem ich den unter dem Einfluß des Gebläses verflüchtigten Alkohol bestimmte, betrug im Mittel aus drei Messungen 0,131.

Hierbei wurde die Vorsicht angewendet, die Verdunstung nur sehr kurze Zeit dauern zu lassen, denn die starke Abkühlung des Alkohols (in drei Minuten fällt das Thermometer von 20° auf 12°) bewirkt, dass die Verdunstungscoefficienten um so kleiner gefunden werden, je länger der Versuch dauert.

Man erkennt übrigens den grossen Einfluß der bewegten Luft auf die Verdunstung aus der Vergleichung dieser Zahlen. Der Verdunstungscoefficient in bewegter Luft ist 20 mal so gross wie derjenige in ruhiger Luft.

26. Auf diese Weise sind die beiden Verdunstungscoefficienten, der direct gemessene, und der durch die Ausbreitung bestimmte in Einklang gebracht.

Das erste Glied rechter Hand jener Relation ist, wie es verlangt wurde: $\alpha \pi R^2$, und α hat für Alkohol von 97 Proc.,

für 19° C. und für den Quadratcentimeter, das Gramm, 10 Minuten als Einheiten den Werth 0,130.

Das zweite Glied enthält den Einfluss der Diffusion. Es ist auffallend, dass dies Glied unabhängig von R wenigstens zwischen den Gränzen jener Versuche zu seyn scheint.

Theoretisch ist die Diffusion folgendermaßen in die Relation für den Durchmesser einzuführen. Jenseits der grauen Zone vor der Falte ist noch eine ziemlich breite Zone, in der man an der Oberfläche nichts wahrnimmt, außer dann und wann einen weit vordringenden Fetzen der grauen Zone. In der Gegend der Falte versenkt sich die bewegte Oberfläche in die innere Oelmasse und bildet dort den beschriebenen Wirbel, den man an den sich drehenden Streifen erkennt. Diese Streifen sind also die Fortsetzung der Oberfläche zwischen der grauen Zone und der Falte und stellen eine dünne, mit Alkohol gesättigte Oelschicht vor. Es sey der in dieser Schicht enthaltene Alkohol vom Oele getrennt gedacht und ebenfalls eine Schicht bildend. Ihre Dicke sey δ , ihre Geschwindigkeit in der grauen Zone v , so wird der vollständige Ausdruck für den Durchmesser der Ausbreitung in bewegter, trockner Luft:

$$m = \alpha \pi R^2 + 2\pi s \delta v R.$$

Es hängt nun v ohne Frage von R ab, aber δ wahrscheinlich nicht, weil selbst bei den größten Ausbreitungen die Oeloberfläche den Weg vom Mittelpunkte nach der Peripherie in zu kurzer Zeit zurücklegt, als dass der Diffusionsstrom merklich in das Innere dringen könnte. Hieraus und aus der Constanz des Gliedes $2\pi s \delta v R$ folgt, dass v mit zunehmendem R abnimmt, und zwar zwischen den Gränzen der mitgetheilten Beobachtungen nahezu mit R reciprok ist. Die Abnahme von v ist übrigens ohne Weiteres an fortgerissenen Staubkörnchen zu sehen.

27. Man sieht nun auch, dass der Durchmesser der Ausbreitung ziemlich unabhängig von der Unterlage ist. Wenn man die obige Relation umkehrt, so ergibt sich:

$$R = 1,56 \sqrt{m} - \frac{0,178}{\sqrt{m}}.$$

Das zweite Glied rechter Hand, welches von der Diffusion abhängt, führt, wenigstens für etwas gröfsere Ausbreitungen (von 3 Centimeter Durchmesser an) nur Unterschiede von einem Millimeter etwa herbei. Wenn demnach bei Flüssigkeiten, deren Mischbarkeit diejenige von Alkohol und Oel nicht übersteigt, der Durchmesser der Ausbreitung fast unabhängig von der Unterlage ist, so muß er es um so mehr seyn, bei solchen Flüssigkeitspaaren wie Aether und Glycerin, welche sich sehr wenig vermischen.

28. Die Bestimmung der Verdunstungscoëfficienten der Flüssigkeiten kann in mancher Beziehung wünschenswerth erscheinen¹⁾.

Meiner Ansicht nach ist das beste Mittel ihn zu bestimmen die Ausbreitung, natürlich bei den Flüssigkeiten, mit welchen man diese Erscheinung hervorrufen kann. Man hat nämlich bei dieser Messungsmethode den unschätzbaren Vortheil von der Temperaturveränderung durch die Verdunstung unabhängig zu seyn, erstens, weil eine große Oelmasse abzukühlen ist, die der Ausbreitungsstrom durch innere Bewegung fortwährend vermischt, zweitens, weil die Messung selbst in sehr kurzer Zeit gleich im Beginn der stationären Ausbreitung ausgeführt wird, und die nachfolgende allmähliche Abkühlung des Oels ihre Güte nicht mehr beeinträchtigen kann.

29. Ich war noch neugierig zu sehen, ob die Verdunstungscoëfficienten übereinstimmten, wenn sie ihren größtmöglichen Werth erhalten, nämlich wenn der Alkohol brennt.

1) Der Verdunstungscoëfficient im leeren Raum, wenn man sich vorstellt, die gebildeten Dämpfe werden fortwährend entfernt, steht im unmittelbarsten Zusammenhange mit dem Druck der Gase im Maximum der Spannung. Er ist gegeben durch die Menge Dampf, die ausströmen würde aus einer Öffnung, welche diesseits die Dämpfe im Maximum der Spannung, jenseits aber den leeren Raum hätte. Der Verdunstungscoëfficient in die Lüft oder in ein anderes Gas ist eine verwickeltere Größe, und hängt ab von der Leichtigkeit, mit welcher die Dämpfe in diese Gase diffundiren.

Bei einer Ausflussmenge von 7,77 Grm. in 10 Minuten brannte eine Ausbreitung von 2,45 Centimeter Durchmesser.

In 2 Minuten verbrannten in einem cylindrischen Gefäß von 10,5 Quadratcentimeter Oberfläche 1,16 Grm. Alkohol.

Daraus folgt der durch die Ausbreitung ermittelte Verdunstungscoefficient 0,413, der direct bestimmte 0,552.

Der erstere ist also kleiner. Ich habe den Versuch mehrmals wiederholt und ihn stets kleiner gefunden. Dies ist um so sonderbarer, da erwärmtes Oel mehr Alkohol aufnimmt, wie kaltes. Es erklärt sich aber so. Wenn der Alkohol im Gefäß brennt, und unbeweglich der nahe befindlichen Flamme seine Oberfläche zukehrt, so mag diese sehr stark erwärmt werden, vielleicht weit über den Siedepunkt des Alkohols hinaus. Während bei der Ausbreitung der Alkohol kalt an die Oberfläche gelangt und bei der rapiden Bewegung, welche dort stattfindet, nicht Zeit hat, in demselben Maafse wie im Gefäß erwärmt zu werden.

30. An die Spitze der Untersuchungen über stationäre Ausbreitung habe ich ein Experiment gestellt, durch welches dargethan wird, dass Ausbreitung noch stattfindet, auch wenn Luft und Oel mit Alkohol gesättigt sind. Dieser Erfahrung widerspricht scheinbar die obige Relation: $m = \alpha\pi R^2 + 2\pi s \delta v R$. Das erste Glied rechter Hand wird dann in der That Null. Allein das zweite Glied muss für diesen Fall anders aufgefasst werden. Dann versenkt sich nämlich die Alkoholschicht selbst, ohne erst zu diffundiren, in das Oel. Im Allgemeinen, wenn man das Gefäß, worin die Alkoholausbreitung geschieht, mit einer Glasplatte bedeckt, so wickelt sich folgende Reihe von Erscheinungen ab. Zunächst sättigt sich die Luft mit Alkohol und der Durchmesser nimmt bedeutend zu. Der Alkohol der mit der Ausbreitungsströmung in das Innere des Oels dringt, ist theils diffundirt, theils nicht. Nun tritt eine lange Periode ein, während welcher das Oel sich mit Alkohol schwängert. Ist das Oel gesättigt, so diffundirt der in sein Inneres dringende Alkohol nicht mehr, sondern steigt in kleinen Blasen auf, die anfänglich auch Ausbreitungen bilden, schlieslich aber sich als Alkohol-

schicht auf dem Oele sammeln, womit die Erscheinung der Ausbreitung ihr Ende erreicht hat.

31. Zum Beschlusse dieser Mittheilungen soll noch eines Versuches Erwähnung geschehen, welcher der Vollständigkeit wegen angestellt werden musste.

Man könnte sich nämlich vorstellen die Ausbreitungsströmung sey eine Wirkung des Laplace'schen Druckes K . Man denke sich einen Kanal durch den Alkohol geführt, der irgend wo die freie ebene Oberfläche trifft, an seinem anderen Ende aber in der scharfen Kante der Ausbreitung in der grauen Zone endigt. Dann drückt an einem Ende der Druck K und am andern ein schwer zu bestimmender, der zusammengesetzt ist aus der Wirkung des Oels auf den Alkohol, und derjenigen des Alkohols auf sich selbst. *A priori* kann man kaum entscheiden, ob dieser Druck nicht vielleicht sehr klein ist gegen den Druck K , und ob die Ausbreitung nicht vielleicht dadurch entsteht, daß der Druck K die Flüssigkeit durch die graue Zone hindurchtreibt, wie die Luft durch ein Loch in der Wandung eines Gummiballoons ausgetrieben wird. Wäre dies der Fall, so müßte aber begreiflich mehr Alkohol ausfließen, wenn Ausbreitung stattfindet, als wenn der Alkohol in ein Alkoholreservoir rinnt, wo von keiner Ausbreitung die Rede seyn kann.

Das Experiment wurde angestellt, und es zeigte sich, daß in beiden Fällen die Ausflußmengen bis auf die in der Messungsmethode begründeten Fehler gleich sind, daß also jene Vermuthung unrichtig ist.

Schlufs.

Ich glaube, daß durch die mitgetheilten Untersuchungen die Erscheinung der Ausbreitung an sich genügend definiert ist. Aber ich mache nicht den Anspruch, dieses geheimnisvolle Phänomen erklärt zu haben.

Es ist gleich mifslich eine Reihe von neuen Thatsachen ganz ohne den Versuch einer Erklärung hinzustellen, als Hypothesen zu ihrer Erklärung zu ersinnen, die vorerst nicht geprüft werden können. Ich werde aber doch über den

letzten Grund der Erscheinung einige Bemerkungen machen, weil ich glaube, dass nur zwei Erklärungen dafür denkbar sind, zwischen denen man die Wahl hat.

Die Kraft, welche die mechanischen Effecte erzeugt, entsteht entweder durch Wechselwirkung von Oel und Alkohol oder sie entsteht im Alkohol selbst.

Nun kann das Oel durch seine Anziehung zum Alkohol einen höheren Druck in demselben erzeugen, der einen schnelleren Abfluss des Alkohols bewirkt. Die Anziehung des Alkohols gegen sich selbst in der grauen Zone ist in ihn hineingerichtet. Diese müfste also überwunden werden. Dabei würde es sich auch erklären lassen, dass die mechanischen Effecte mit der Temperatur wachsen. Man hätte anzunehmen, dass die Anziehung des Alkohols gegen sich selbst mit wachsender Temperatur schneller abnimmt, als diejenige zwischen Alkohol und Oel, da es gegen alle Erfahrung stritte, sich eine von Beiden als mit der Temperatur zunehmend zu denken.

Wenn die Quelle jener Kraft im Alkohol selbst zu suchen ist, so könnte sie auf einer Abstofung seiner Theilchen beruhen, die dann hervortritt, wenn er sehr dünn auf einer Ebene vertheilt ist. Diese Abstofung wäre eine ähnliche, wie an der freien Oberfläche, wo sie sich als Verdunstung zu erkennen giebt.

Diese letztere Erklärung hat etwas plausibles, weil die Intensität der mechanischen Effecte der Ausbreitung mit der Verdunstung durchaus gleichen Schritt hält. Indessen ist dies nur ein allgemeiner Eindruck, und es liegen noch nicht hinreichend Thatsachen vor, um sich für eine von den beiden entwickelten Vorstellungen entscheiden zu können.

Das Interesse dieser Erscheinungen scheint mir übrigens auch weniger darauf zu beruhen, dass sie ein für die Theorie wichtiges Verhalten der Flüssigkeiten, wenn sie in gewisse Ladungen treten, enthüllen. Es liegt vielmehr darin, dass, ihre Natur einmal richtig erkannt, sich eine Menge bisher heimathloser Phänomene um sie schaart.

Ich habe einen Theil der mitgetheilten Versuche in Kö-

nigsberg angestellt, und hatte mich dabei häufig des gütigen Raths meines hochverehrten Lehrers des Hrn. Prof. Neumann zu erfreuen, wofür ich ihm hiermit meinen Dank ausspreche.

II. Ueber die Beziehungen des im Eisenkern der Elektromagnete erregten Magnetismus zu den Dimensionen des Magnetkernes; von Dr. J. Dub.

Lenz und Jacobi waren die Ersten, welche systematisch den Einfluss der Dimensionen des Eisenkernes eines Elektromagneten auf seine magnetische Intensität untersuchten. Die erhaltenen Resultate sind im 61. Bande dieser Annalen S. 254 und 448 u. f. dargelegt, und werden in nachstehenden vier Theilen abgehandelt:

1. »Welchen Einfluss hat die Dicke des Eisenkerns auf den in ihm erregten Magnetismus? «¹⁾)
2. »Ueber den freien Magnetismus der Endfläcken elektromagnetisch erregter Eisenstangen von gleichem Durchmesser aber ungleicher Länge«^{2).}
3. Ueber die Vertheilung des magnetischen Fluidums in Eisenstangen, die der ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind«^{3).}
4. »Ueber die magnetische Vertheilung in Eisencylindern, die nicht ihrer ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind«^{4).}

Nach dieser Zeit sind von mehreren Physikern Versuche veröffentlicht, welche die von Lenz und Jacobi in der oben genannten Abhandlung aufgestellten Sätze nicht, oder doch nur theilweise bestätigen.

1) Diese Annalen Bd. 61, S. 255.

2) Ib. S. 265.

3) Ib. S. 275.

4) Ib. S. 459.

Dieser Widerspruch, in welchem mehrere von Lenz und Jacobi ausgesprochenen Sätze mit anderen Versuchen stehen, hat meist nicht seinen Grund in den von ihnen angestellten Versuchen, die stets mit anderen Beobachtungen übereinstimmende Resultate liefern, sondern in den Schlüssen, welche sie aus denselben ziehen. Schon in meiner letzten Abhandlung im 102. Bande dieser Annalen habe ich gezeigt, dass in dem zweiten von Lenz und Jacobi behandelten Abschnitte: »Ueber den freien Magnetismus der Endflächen elektromagnetisch erregter Eisenstangen von gleichem Durchmesser aber ungleicher Länge«, eine Methode angewandt ist, welche nicht das Mittel bietet, den freien Magnetismus zu beurtheilen. Lenz und Jacobi sagen nämlich zur Begründung ihrer Methode¹⁾: »Wenn man an einen Magnetstab einen Anker von weichem Eisen anlegt, ein Fall, der übrigens in der Praxis am häufigsten vorkommt so können wir annehmen, dass die Menge der zerlegten magnetischen Materie, oder der totale Magnetismus, der in diesem weichen Eisen entwickelt wird, proportional ist dem freien Magnetismus der Stelle des Magnetstabes, an welche der Anker angelegt worden. Diese Annahme ist einfach und dürfte wohl kaum einen Widerspruch erfahren, denn da die Umstände in allen Fällen gleich sind, so kann von jeder Art und Weise der Vertheilung im weichen Eisen abstrahirt werden; ja selbst wenn der freie Magnetismus der berührten Stelle des Stabes durch das Anlegen des Ankers modifizirt werden sollte, so kann bei einer solchen Modification der ursprüngliche freie Magnetismus nicht gut anders als in Form eines constanten Factors auftreten. Denkt man sich nun ein solches weiches Eisen (Anker) von einer Inductionsspirale umgeben, so wird im Augenblicke des Abreifsens ein Inductionsstrom entstehen, welcher dem verschwindenden totalen entwickelten Magnetismus, und also auch dem freien Magnetismus der berührten Stelle proportional seyn muss.«

1) Diese Annalen Bd. 61, S. 265.

Die aus meinen Versuchen gefundenen Resultate haben gelehrt, dass dieser Schluss nicht richtig ist. Ich habe gezeigt, und die folgenden Auseinandersetzungen werden dies in ein noch helleres Licht stellen, dass, während der freie Magnetismus den Wurzeln der Stablängen proportional ist, ein und derselbe Anker, wenn er kürzer ist als die angewandten Magnete, doch immer mit derselben Kraft gehalten wird. Der Grund hiervon liegt, wie wir später noch genauer sehen werden, in der Vertheilung des erregten Magnetismus durch die Gesamtlänge des Stabes *mit* seinem Anker, und wir können deshalb nicht die Ansicht von Lenz und Jacobi theilen, dass »die Umstände in allen Fällen gleich sind«, obschon die Vertheilung im weichen Eisen (Anker) dieselbe ist. Schon aus meiner Untersuchung über die Wirkung der Länge der Magnete in Bezug auf die Tragkraft und Anziehung¹⁾ geht hervor: »Mit der zunehmenden Länge der Magnete ändert sich die magnetische Vertheilung in der Weise, dass, trotz der wachsenden Totalintensität, die Intensität der vom Ende gleichweit entfernten Querschnitte dieselbe ist«. Es bleibt deshalb bei allen Magneten in demselben Anker derselbe erregte Magnetismus, ohne dass man deshalb auf dieselbe Intensität des freien Magnetismus der Endflächen verschiedener Magnete schließen dürfte. Da Lenz und Jacobi dies thun, so mussten die von ihnen extrahirten Sätze im Widerspruch mit den Erscheinungen stehen, auf welche sie Anwendung finden sollten.

In der vorliegenden Darlegung habe ich einerseits zu zeigen gesucht, dass die in den Abschnitten No. 1 und 3 der Abhandlung von Lenz und Jacobi angeführten Versuche im vollkommensten Einklange mit den von mir aufgestellten Gesetzen stehen, anderseits habe ich aus denselben Schlüsse gezogen, die auf bisher noch unbekannte Gesetze führen.

1) Diese Annalen Bd. 102, S. 220.

I. Der Durchmesser der Elektromagnete.

In Bezug auf den Einfluß, welchen der Durchmesser des Kernes auf den Magnetismus des Elektromagneten übt, erscheinen mir die vorhandenen Untersuchungen ausreichend, um endgültig über diese Frage entscheiden zu können.

Im Jahre 1849 stellte Müller in Freyburg im Widerspruch mit der Behauptung von Lenz und Jacobi, daß der Magnetismus dem Durchmesser des Stabes proportional sey, den Satz auf:

»So weit man den Stabmagnetismus der Stromstärke proportional setzen kann, ist der durch gleiche Ströme in verschiedenen Eisenstäben erzeugte Magnetismus der Quadratwurzel aus dem Stabdurchmesser proportional«¹⁾.

Dem entgegen behauptete v. Feilitzsch in Greifswald, daß die Magnetismen den Umfängen (also den Durchmessern) der cylindrischen Eisenkerne proportional sind²⁾.

Im Jahre 1851 veröffentlichte Hankel in Leipzig Versuche, aus denen, wie ich früher gezeigt³⁾, hervorgeht, daß der freie Magnetismus den Wurzeln der Durchmesser der Eisenkerne proportional ist⁴⁾.

Zu dem letzteren Resultat bin auch ich durch Versuche gelangt, in denen ich die fragliche Wirkung des Kernes nach mehreren Methoden prüfte⁵⁾.

Alle Versuche, welche Lenz und Jacobi in Bezug auf den Eisenkern in den vorn genannten Abschnitten besprechen, werden mittelst der Inductionsspirale unternommen, weil diese Physiker der Meinung sind, daß sie das einzige Mittel sey um zu genügenden Resultaten zu gelangen. Sie sagen bei der Untersuchung des Durchmessers der Magnetkerne: »Es wäre nun wohl wünschenswerth gewesen, auch den freien Magnetismus der Endflächen dieser Eisenstangen von verschiedenem Durchmesser untersuchen und vergleichen zu

1) Bericht über die neusten Fortsch. d. Physik S. 498.

2) Diese Annal. Bd. 80, S. 327.

3) Diese Annal. Bd. 90, S. 255.

4) Bericht der Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig 1851 S. 96 u. f

5) Diese Annal. Bd. 90, S. 248 und 441.

können. Indessen setzen sich allen den bekannten Methoden, welche bei solchen Untersuchungen angewendet werden könnten, so viele materielle Schwierigkeiten entgegen, dass kaum mit einiger Sicherheit genaue Resultate erwartet werden können“¹⁾.

Ihre Untersuchungen sind in der Weise angestellt, dass der Eisenkern mit einer Inductionsspirale und über derselben mit einer galvanischen Spirale umgeben wird. Sobald nun mittelst des galvanischen Stromes in dem Eisen Magnetismus erregt wird, so ruft dieser in jeder einzelnen Schicht des Magneten *erregte* Magnetismus, beim Verschwinden einen Inductionsstrom in der denselben umgebenden Inductionsspirale hervor. In Bezug auf diesen Strom sagen Lenz und Jacobi, „*dass dieser inducirte Strom, welcher durch das Verschwinden des Magnetismus im Eisenkern entsteht, diesem Magnetismus selbst proportional sey*, ist die Voraussetzung, worauf unser ganzes Verfahren basirt ist²⁾.

Sie sagen ferner: „Da wir annehmen können, dass die totalen Quantitäten des entwickelten Magnetismus, die wir gemessen haben, auch auf der Oberfläche unserer Cylinder gleichartig verbreitet sind, so dass jedes Element der Oberfläche, das von der Grundfläche gleich weit entfernt ist, auch einen gleichen Magnetismus besitzt, so ist kein Grund vorhanden, warum nicht am Ufange dieser Grundflächen dasselbe stattfinden müsse. Wir können hierbei ganz von der Art und Weise der Vertheilung abstrahiren, welche der Länge nach stattfindet, und da diese bei allen Cylindern gleich ist, auch annehmen, *dass der freie Magnetismus der Ränder sich gleichfalls wie deren Durchmesser verhalten werde*“³⁾.

Da meine Untersuchungen diesem Satze widersprachen und ich voraussetzte, dass Lenz und Jacobi aus ihren Versuchsresultaten die richtigen Folgerungen gezogen hätten, so habe ich in früheren Abhandlungen mehrmals gegen die

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 263.

2) Diese Annal. Bd. 43, S. 230.

3) Diese Annal. Bd. 61, S. 263.

obige Voraussetzung, das der freie Magnetismus dem durch die ganze Masse des Kerns *erregten* Magnetismus proportional sey, Zweifel erhoben. Allein da ich mich jetzt bei andern Untersuchungen überzeugt habe, das diese Proportionalität wirklich stattfinde, und der von mir gefundene Satz, das der freie Magnetismus sich wie die Wurzeln der Durchmesser der Eisenkerne verhalte, doch unzweifelhaft richtig sey: so fand ich mich veranlaßt, zunächst die Versuchsresultate, welche Lenz und Jacobi in Bezug auf die Durchmesser der Magnetkerne angestellt haben, einer näheren Prüfung zu unterwerfen, welche ich denn hiermit der Beurtheilung der Physiker übergebe.

Um die Wirkung des Durchmessers verschiedener Magnetkerne zu prüfen, nahmen Lenz und Jacobi 10 Eisenkerne von einem Fuß Länge, deren Durchmesser $\frac{1}{6}$ ", $\frac{1}{3}$ ", $\frac{1}{2}$ ", $\frac{2}{3}$ ", $\frac{4}{6}$ ", 1", $1\frac{1}{2}$ ", 2", $2\frac{1}{2}$ ", 3" waren, so das also das Verhältnis der Durchmesser durch die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 15, 18 dargestellt ist. Für diese verschiedenen Kerne fanden sie das nachstehende Verhältnis des in jedem *caeteris paribus* erregten Magnetismus. Sie stellen mit demselben zwei verschiedene Versuche an, indem sie sie einmal in eine Spirale einführen, welche die Weite von 3" hat, und das andere Mal die Spirale jeden Kern eng umschließen lassen. Da nach dem eigenen Aussprache der Experimentatoren die Weite der Windungen nicht ohne Einfluß ist¹⁾, so habe ich hier nur die zweite Reihe, als die genauere, der Prüfung unterworfen.

I.

Durchmesser der Kerne <i>d</i>	Erregter Magnetismus <i>m</i>	$\frac{m}{d}$	$\frac{m}{\sqrt{d}}$
(1	6,244	6,244	6,244)
2	13,603	6,802	9,596
3	16,735	5,578	9,662
4	20,620	5,155	10,310
5	22,841	4,568	10,214

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 260.

Durchmesser der Kerne d	Erregter Magnetismus m	$\frac{m}{d}$	$\frac{m}{\sqrt{d}}$
6	24,914	4,152	9,492
9	31,803	3,534	10,001
12	40,946	3,412	11,820
15	49,127	3,275	12,684
18	55,558	3,087	13,092

Die dritte Colonne dieser Reihe giebt das Verhältniss des Magnetismus zu den Durchmessern, die vierte das zu den Wurzeln der Durchmesser der Kerne. Der erste Blick zeigt, dass die hier aufgeführte Reihe für das Verhältniss zu den Wurzeln der Durchmesser genauer paßt als das zu den Durchmessern selbst.

Lenz und Jacobi lassen bei ihren Berechnungen den Versuch mit dem $\frac{1}{6}$ " dicken Stab außer Acht und zwar mit Recht, denn bei ihm kann nur schon eingetretene Sättigung die große Abweichung von den übrigen Resultaten hervorgebracht haben. Thun wir desgleichen und stellen die Differenzen der Verhältnisse zwischen dem $\frac{1}{3}$ " dicken Kerne und allen übrigen zusammen, so erhalten wir Folgendes:

	Differenzen	Differenzen
	der Reihe $\frac{m}{d}$	der Reihe $\frac{m}{\sqrt{d}}$
2	0	0
3	+ 1,224	+ 0,066
4	+ 1,647	+ 0,714
5	+ 2,234	+ 0,618
6	+ 2,650	- 0,104
9	+ 3,268	+ 0,405
12	+ 3,390	+ 2,224
15	+ 3,527	+ 3,087
18	+ 3,715	+ 3,496

Während wir in der ersten Reihe eine regelmäßige Zunahme der Differenzen zwischen den Verhältnissen des Magnetismus zu dem Durchmesser der Kerne beobachteten, und zwar eine so bedeutende Zunahme dass das letzte Verhäl-

nis kleiner als die Hälfte des ersten ist; finden wir bei dem anderen $\frac{m}{\sqrt{d}}$ bis zu $1\frac{1}{2}$ Durchmesser fast völlige Gleichheit der Werthe. Wenn nun die Resultate mit den drei stärksten Magneten plötzlich abweichen, so muß man den Grund davon doch sicher in äußeren Umständen suchen. Allein selbst *diese* Abweichungen sind noch nicht so groß als sie die Differenzenreihe unter den Verhältnissen zu den Durchmessern zeigt. Es wird daher [nach dieser Versuchsreihe von Lenz und Jacobi Niemand den Satz beanstanden, »daß der in Eisenkernen von gleicher Länge aber verschiedenem Durchmesser erregte Magnetismus nicht den Durchmessern, sondern den Wurzeln derselben proportional ist«.

Da nun einige Versuche von Hankel¹⁾ wie auch die meinigen²⁾ zeigen, daß sowohl der mittelst der Ablenkung der Magnetnadel als auch der durch die Anziehung einer Spirale gemessene *freie* Magnetismus den Wurzeln der Durchmesser proportional ist, so muß hiernach der *erregte* Magnetismus dem *freien* proportional seyn. Diesen Satz haben Lenz und Jacobi schon längst als richtig angenommen, allein der von ihnen aus ihren Versuchen entnommene Satz, daß der erregte Magnetismus sich wie die Durchmesser der Magnetkerne verhalte, stand im Widerspruch mit dieser ihrer Annahme. Sie sagen nämlich³⁾: »Wir können ganz von der Art und Weise der Vertheilung abstrahiren, welche der Länge nach stattfindet, und da diese bei allen Cylindern gleich ist, annehmen, daß der freie Magnetismus der Ränder sich gleichfalls wie deren Durchmesser verhalten werden, so daß also z. B. die Tragkräfte dieser Cylinder, wenn man einen Anker an ihre Grundflächen anlegt, sich *ebenfalls* wie die Durchmesser verhalten werden.«

Dieser letzte Schluss widerspricht aller Erfahrung. Alle Beobachtungen lehren, daß, *wenn nicht ungeeignete Dimensionen*

1) Bericht der Gesellsch. d. Wissensch. zu Leipzig 1851 S. 96 u. f.

2) Diese Annal. Bd. 90, S. 259.

3) Diese Annal. Bd. 61, S. 264.

sionen der Anker die Erscheinung ändern, die Anziehung wie die Tragkraft im quadratischen Verhältniss zu dem freien Magnetismus stehen ¹⁾). Da nun aber Tragkraft und Anziehung sich ganz entschieden wie die Durchmesser verhalten, wenn man den entsprechenden Anker nimmt, so muss daraus schon zurück auf das Wurzelverhältnis des entsprechenden freien Magnetismus geschlossen werden.

Wie die Versuche von Lenz und Jacobi den von mir gefundenen Satz bestätigen, so verhält es sich auch mit den Versuchen von v. Feilitzsch ²⁾), nur entbehren diese Versuche, wohl in Folge der angewandten Methode, etwas mehr der Genauigkeit, wie wir sogleich sehen werden. Man muss bei ihnen erst noch die zum Theil von v. Feilitzsch selbst angegebenen Versuchsfehler mit in Rechnung ziehen, um zu dem richtigen Resultat zu gelangen. Dieser Experimentator prüft den freien Magnetismus der Magnetkerne von verschiedenem Durchmesser in der Weise, dass er der durch den Kern abgelenkten Magnetnadel von der entgegengesetzten Seite her einen Stahlmagneten so weit nähert, bis die Nadel wieder auf Null steht und aus der Entfernung, bis zu welcher er in jedem einzelnen Falle den Magneten nahe bringt, auf die Intensität des Elektromagneten schliesst. Mittelst dieser Methode werden 6 Magnetkerne, deren Umfänge von 42,9^{mm} bis 94,9^{mm} wachsen, bei 6 verschiedenen Stromstärken, die von 0,11 bis 8,499 zunehmen, in Rücksicht auf ihren an den Polen freien Magnetismus geprüft.

Es ergaben sich die nachstehenden Werthe:

III.

Umfang d. Eisenkerne.	Magnetismus bei nachstehenden Stromstärken.					
	0,110	0,269	1,070	2,811	4,956	8,499
42,9 ^{mm}	0,150	0,383	1,555	4,138	7,429	12,194
54,9	0,182	0,465	1,806	4,848	8,715	14,470
67,6	0,216	0,540	2,129	5,656	10,226	16,891
79,2	0,247	0,618	2,397	6,424	11,585	18,850
90,7	0,276	0,690	2,693	7,339	13,003	21,259
94,8	0,285	0,717	2,792	7,471	13,399	21,956

1) Diese Annal. Bd. 90, S. 442.

2) Diese Annal. Bd. 80, S. 321.

In der nächsten Tabelle habe ich die hier angeführten Werthe des freien Magnetismus mit den Umfängen der Eisenkerne, welche das Verhältnis der Durchmesser angeben, dividirt. Der Einfachheit wegen sind die Commata weggelassen.

IV.

Verhältnis des Magnetismus zu den Durchmessern der Eisenkerne bei den verschiedenen Stromstärken.

Verhältn. d.

Durchmesser.	Stromstärken.					
	0,110	0,269	1,070	2,811	4,956	8,499
42,9	3496	8928	3625	9646	1732	2842
54,9	3315	8470	3290	8836	1587	2636
67,6	3195	7988	3149	8367	1513	2499
79,2	3119	7803	3027	8111	1463	2380
90,7	3043	7670	2969	7981	1434	2344
94,9	3003	7555	2942	7878	1442	2314

V.

Verhältnis des Magnetismus zu den Quadratwurzeln der Kerndurchmesser bei verschiedenen Stromstärken.

Verhältn. d.

Durchmesser.	Stromstärken.					
	0,110	0,269	1,070	2,811	4,956	8,499
42,9	2290	5847	2374	6318	1134	1862
54,9	2456	6276	2437	6543	1176	1954
67,6	2627	6568	2590	6879	1243	2054
79,2	2776	6944	2694	7218	1302	2118
90,7	2898	7245	2828	7601	1365	2232
94,9	2926	7360	2859	7669	1375	2254

In dieser zweiten Tabelle ist mit den Wurzeln der Umfänge in die einzelnen Werthe der früher angegebenen Magnetismen dividirt, und wir erhalten somit in diesen Zahlen das Verhältnis des Magnetismus zu den Quadratwurzeln der Durchmesser. Vergleichen wir diese Reihen mit den in der Tabelle IV erhaltenen, so sehen wir, das hier das Verhältnis durchschnittlich in demselben Grade zunimmt als es in jener abnimmt. Wir müssen also, wenn v. Feilitzsch sich für berechtigt hält, jene Abweichungen ver-

nachlässigen zu dürfen, dies Recht ebenfalls in Bezug auf die Wurzeln in Anspruch nehmen. Allein es kommen noch zwei Punkte mit hinzu, welche es außer Zweifel setzen, daß auch die Versuche von v. Feilitzsch sich so genau, wie man es nur verlangen kann, dem Verhältnis der Wurzeln der Kerndurchmesser anpassen.

1. v. Feilitzsch sagt: »die Wiederholung dieses Theiles der Untersuchungen der HH. Lenz und Jacobi auf einem gänzlich verschiedenen Wege dürfte für den Umfang der Beobachtungen zur Genüge die Richtigkeit der ausgesprochenen Gesetze darthun, noch dazu, wenn wir für gröfsere Stromstärken eine Neigung zur magnetischen Sättigung statuiren wollen, die immer mehr hervortritt, je dünner die angewandten Eisenkerne sind.«

Statuiren wir nun diese Sättigung, so müßten darnach, wenn wir dieselbe bei den Kernen von geringerem Durchmesser wegdenken, die dünneren Kerne etwas gröfsere Werthe für den freien Magnetismus zeigen, als sie v. Feilitzsch gefunden hat. Alsdann würden aber die Verhältniszahlen bei den dünneren Kernen in den beiden Tabel- len IV und V gröfser werden, als sie die Rechnung ergeben hat, d. h. in IV würde das Verhältnis des freien Magnetismus zum Durchmesser der Kerne noch abweichender erscheinen, während in V das Verhältnis zu den Wurzeln der Kerndurchmesser sich constanter herausstellen müßte.

2. v. Feilitzsch hat zur Erzeugung des Magnetismus in den Kernen von verschiedenem Durchmesser ein und dieselbe Spirale von 40^{mm} innerem Durchmesser angewandt und sagt in Bezug hierauf: »daß die Weite der Windungen der Spirale ohne Einfluß auf den in einem Eisenkerne zu erzeugenden Magnetismus ist, haben die HH. Lenz und Jacobi in den citirten Abhandlungen erörtert.« In Bezug hierauf treten aber doch Beschränkungen ein, welche in dem vorliegenden Falle durchaus nicht vernachlässigt werden dürfen; denn in der erwähnten Abhandlung von Lenz und Jacobi¹⁾ finden dieselben mit 6 Spiralen von

1) Diese Annalen Bd. 47, S. 248 u. f.

I	II	III	IV	V	VI	
2"	2",3	2",6	2",9	3",3	3",7	Durchmesser

welche also nicht einmal um das Doppelte an Weite von einander verschieden sind als erregten Magnetismus mit der

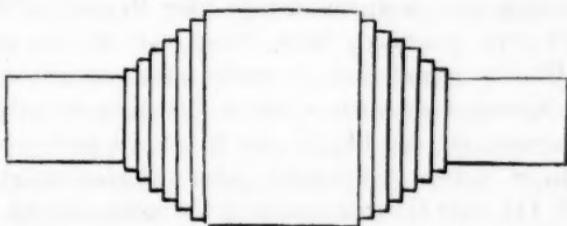
Spirale	Erregter Magnetismus
I	0,133
II	0,131
III	0,129
IV	0,125
V	0,121
VI	0,122

Sie sagen: »Aus dieser Tabelle ersieht man, dass die im Eisen erzeugten Magnetismen ein wenig an Kraft abnehmen, je weiter die Spiralen von dem Eisen entfernt sind.«

Im vorliegenden Falle würde eine doppelt so weite Spirale als die No. I etwa um ein Zehntel weniger Magnetismus in demselben Kerne erzeugt haben als diese.

Auf S. 261 sagen Lenz und Jacobi:

»Es ergiebt sich aus den obigen Betrachtungen, dass die geringen Unterschiede, welche durch den weiteren Abstand vom Eisenkern entstehen, für die Praxis eigentlich vernachlässigt werden können, und dass vom Gesetze, dass bei gleichen Strömen die Weite der Windungen für die Magnetisirung von keinem Einflusse ist, desto weniger abgewichen werden wird, je länger der Eisenkern im Verhältnisse zur Länge der Spirale ist, und je mehr man die äussern Windungen von den Enden zurückzieht, die Umwickelung also ungefähr nach der folgenden Figur einrichtet.« Die nach besagter Figur gezeichnete Einrichtung ist aber die nachstehende:



Dieser Art ist nun aber keineswegs die Einrichtung der Elektromagnete von v. Feilitzsch. Die von ihm angewandte Spirale hatte 102^{mm} Länge, nämlich $2a$ und $a=51^{\text{mm}}$ während die Länge der Eisenkerne 110^{mm} betrug. Die Eisenkerne ragten bei ihm also nur 4^{mm}, mithin nur um $\frac{4}{110}$ der ganzen Kernlänge auf jeder Seite aus der Spirale hervor.

Hiernach sind also die von v. Feilitzsch erhaltenen Magnetismen der schwächeren Magnetkerne auch aus diesem Grunde zu klein. Nehmen wir an, dass auch hier bei dem halb so starken Kerne der Magnetismus um $\frac{4}{110}$ seiner Intensität vermehrt werden müfste, so gelangen wir durch Summirung der beiden genannten Fehlerquellen zu Werthen, deren Verhältnisse von denen der Wurzeln der Kerndurchmesser zu einander nur noch wenig abweichen würden, die wenigstens diesen viel näher stehen müssen als denen der Durchmesser, bei welchen sich durch Hinzufügung der genannten Fehlerwerthe die Verhältnisse in gleichem Maafse noch erweitern, als sie sich bei jenen mehr einem constanten Werthe nähern.

In Eolge dieser Auseinandersetzung halte ich mich für berechtigt, auch nach den Untersuchungen von Lenz und Jacobi, wie nach denen von v. Feilitzsch in Uebereinstimmung mit den von mir früher angestellten den Satz auszusprechen:

»Der in Eisengliedern von gleicher Länge erregte Magnetismus, so wie der freie Magnetismus der Endflächen derselben, ist den Wurzeln der Durchmesser dieser Cylinder proportional.«

Bevor ich die Besprechung des Verhältnisses des freien Magnetismus zum Kerndurchmesser der Magnete schließe, sehe ich mich genöthigt, noch einmal auf die von mir in dieser Hinsicht angestellten Versuche zurückzukommen. In der vor Kurzem erschienenen dritten Lieferung der allgemeinen Encyclopädie der Physik von Karsten giebt v. Feilitzsch in seiner Abhandlung über Elektromagnetismus §. 16, S. 111 eine Darlegung meiner Versuche, der ich nicht in allen Punkten beistimmen kann.

Die Wirkung des Kerndurchmessers in Bezug auf den freien Magnetismus ist von mir mittelst zweier Methoden geprüft¹⁾). Einmal wurde die Ablenkung beobachtet, welche eine kleine Declinationsnadel durch einen senkrecht auf ihrer Richtung stehenden Elektromagneten erleidet, und zweitens wurde die Kraft geprüft, mit welcher Stäbe von verschiedenem Durchmesser in eine vom galvanischen Strome durchflossene Spirale hineingezogen wurden. In Bezug auf diese Untersuchung sagt nun v. Feilitzsch:

»Es ist, wie noch bei einer späteren Gelegenheit nachgewiesen wird, die Kraft, mit welcher unter diesen Umständen der Eisenkern in die Spirale hineingezogen wird, dem »Quadrat« des in demselben frei gewordenen Magnetismus proportional. Diese Kraft kann aber an der Waage durch aufgelegte Gewichte gemessen werden. Ist nun der freie Magnetismus der Quadratwurzel aus dem Kerndurchmesser proportional, so wird jene durch Gewichte ausgedrückte Kraft diesen Durchmessern einfach proportional seyn müssen. Demgemäß müßten also die ausgezogenen Linien (welche v. Feilitzsch nach meinen Versuchen daneben gezeichnet hat) »Parabelbogen« und die punktierten Linien Geraden entsprechen. Dies tritt aber nicht hervor. Ebenso zeigen auch die in der Originalabhandlung berechneten Quotienten aus den beobachteten Wirkungen, respective durch die Quadratwurzeln der Stabdurchmesser, oder im zweiten Falle durch die Durchmesser selbst, eine regelmäßige Zunahme, anstatt constanten Größen zu entsprechen, zum Beweise, daß die Magnetismen in größerem Verhältnisse wachsen, als die Quadratwurzeln an den Stabdurchmessern.«

v. Feilitzsch zieht daher aus diesen Resultaten den Schluss:

»Die durch gleiche Ströme in verschiedenen dicken cylindrischen Eisenstäben von gleicher Länge hervorgerufenen Quantitäten und Momente des Magnetismus wachsen in geringerem Verhältnisse als die Durchmesser, aber in größerem als die Quadratwurzeln derselben.«

1) Diese Annal. Bd. 90, S. 250.

In Bezug auf diesen letzten Satz lässt v. Feilitzsch außer Acht, dass ich nach Aufführung meiner Versuchsergebnisse im 90. Bande dieser Annalen S. 258 sage, die durch Division der Wurzeln der Durchmesser in die beobachteten Werthe erhaltenen Quotienten können deshalb nicht als gleich erwartet werden, weil zu den verschiedenen Kernen dieselbe Spirale angewandt wurde, so dass aus diesem Grunde die Wirkung der dünnern Stäbe geringer werden müfste, als wenn die Spirale jeden einzelnen Kern eng umschlossen hätte. Dieselbe Ursache hat denn auch das Factum, dass die von v. Feilitzsch nach meinen Versuchen gezeichneten Linien nicht Parabelbogen erkennen lassen. Bei den vorangegangenen Versuchen Bd. 90, S. 254 hatte ich jedoch schon gezeigt, dass wirklich das genaue Verhältniss zwischen den Wurzeln der Kerndurchmesser und dem freien Magnetismus eintritt, sobald Spiralen angewandt werden, die die Kerne genau umschließen. Gewiss wird Niemand bezweifeln, dass die freien Magnetismen zweier gleich langer Magnete, deren Durchmesser 1" und 2" sind, sich wie die Quadratwurzeln dieser Durchmesser verhalten, wenn die durch Division dieser Wurzeln in die beobachteten freien Magnetismen erhaltenen Quotienten sich als 0,473 und 0,477 ergeben. — Die in den von v. Feilitzsch angegebenen Fällen *nicht constanten* Quotienten berechtigen daher nicht zu dem Schluss, dass der freie Magnetismus der untersuchten Stäbe in gröfserem Verhältnis als die Quadratwurzeln der Durchmesser stehe, sondern vielmehr dass durch eine den Kern nicht eng umschließende Spirale etwas von der magnetisirenden Wirkung derselben verloren gehe.

Was nun ferner das Gesetz betrifft, nach welchem die genannten Quotienten zu berechnen sind, so müf ich bemerken, dass die Kraft, mit der Eisenkerne von verschiedenem Durchmesser in eine galvanische Spirale hineingezo- gen werden, nicht dem *Quadrat* des freien Magnetismus in diesen Kernen, wie v. Feilitzsch sagt, sondern dem freien Magnetismus selbst proportional ist. Der Grund hiervon

geht aus der Erklärung hervor, welche v. Feilitzsch nach Joule's Auseinandersetzung in der Encyclopädie §. 19, S. 145 über den Grund der Proportionalität der Anziehung zum *Quadrat der Stromstärke* giebt. Sind nämlich die einander anziehenden Theile der Art, dass sie sich wechselseitig verstärken, so dass mit dem Wachsen der Kraft in dem einen Theile nothwendig eine Steigerung in dem anderen verbunden ist, so muss die Anziehung dem *Quadrat* der wirkenden Kraft proportional seyn. Läßt man also einen Magneten ein Stück weiches Eisen anziehen, so wird mit der Steigerung der Kraft des Magneten auch der Magnetismus des Ankers in demselben Maafse gesteigert, und die Anziehung muss alsdann im quadratischen Verhältnisse wachsen. Dasselbe Resultat ergiebt sich, wenn man in einer Spirale den Strom verstärkt und diese einen Stab in sich hineinziehen lässt, weil mit der Steigerung des Stromes auch ein stärkerer Magnetismus in dem Stabe hervorgerufen wird. Nicht so verhält es sich dagegen, wenn eine vom galvanischen Strome durchflossene Spirale *unverändert* bleibt und man sie auf Eisenstäbe von verschiedenem Durchmesser wirken lässt. In diesem Falle wird durch einen und denselben Strom in den dickeren Stäben wegen der gröfsen Eisenmasse *mehr* Magnetismus erregt; allein die gröfsere Kraft kann nicht verstärkend auf den anderen Theil, die wirkende Spirale, in der Weise zurückwirken, dass auch diese verstärkt würde. Deshalb kann in diesem Falle die Kraftaufserung dem in verschiedenen Kernen entwickelten freien Magnetismus nur *einfach* proportional seyn. Eben aus diesem Grunde habe ich diese Methode zur Untersuchung der Wirkung des Stabdurchmessers gewählt. Die erhaltenen Gewichte geben *direct* den freien Magnetismus der angewandten Stäbe, und die constanten Quotienten werden durch Division mit den *Wurzeln* der Durchmesser in die Gewichte erhalten.

II. Ueber die Vertheilung des Magnetismus in Eisenstangen, die der ganzen Länge nach mit elektromagnetischen Spiralen bedeckt sind.

In dem mit gleicher Ueberschrift versehenen Kapitel der Untersuchungen von Lenz und Jacobi führen dieselben Versuche mit 7 Eisencylindern an, welche $1\frac{3}{4}$ " Durchmesser und 1' bis 4' Länge hatten. Diese waren alle ihrer ganzen Länge nach mit der galvanischen Spirale bedeckt, so dass die Zahl der Windungen mit der Länge wuchs. Ueber dieser Spirale wurde dann eine einen Zoll lange Inductionsspirale mit 123 Windungen von Zoll zu Zoll weiter geschoben und der, an jeder Stelle des Magneten in derselben bei Unterbrechung des Stromes durch den verschwindenden Magnetismus erregte Inductionsstrom gemessen. In Bezug hierauf sagen die Experimentatoren ¹⁾:

»Denken wir uns einen, entweder ganz oder nur zum Theil mit elektromagnetischen Spiralen bedeckten Eisenkern, der Länge nach senkrecht auf die Axe, in Schichten getheilt, so wird die totale Quantität des zerlegten magnetischen Fluidums der Summe der in den einzelnen Schichten zerlegten Magnetismen gleich seyn. Es kommen also die derartigen Untersuchungen auf die Frage zurück über die wahre Vertheilung des Magnetismus in einem Elektromagneten, und auf die Quadratur der dem Gesetze dieser Vertheilung entsprechenden Curve«. Sie fahren dann fort: »Es giebt, wie wir glauben, nur ein Mittel, diesen Zustand kennen zu lernen und wirklich zu messen, und dieses bietet unsere bisherige Anwendung der Inductionsströme dar, die wir erhalten, wenn wir das magnetische Gleichgewicht der Spannung aufheben und durch Unterbrechung des galvanischen Stromes den Magnetismus verschwinden lassen. Wir nehmen an, und unsere bisherigen Versuche haben uns dazu berechtigt, dass der gemessene Inductionsstrom proportional ist der ganzen Quantität des magnetischen Fluidums, welches an dieser, unmittelbar unter der Inductionsspirale befindlichen Schicht zerlegt ist. Wir können aber nicht mit

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 271.

Stillschweigen übergehen, das wir uns auch davon überzeugt haben, wie der Einfluß, den die benachbarten Schichten auf die Inductionsspirale ausüben, zwar existirt, aber, da die Erregung bei geringer Dicke der Umwicklung nur unter einem spitzen Winkel stattfindet, so gering ist, daß er bei unseren Untersuchungen vorläufig außer Acht gelassen werden durfte. Von den verschiedenen hierüber angestellten Versuchen wollen wir nur anführen, daß, als wir eine mit 88 Windungen bedeckte Inductionsspirale in der Verlängerung einer $2\frac{1}{2}$ ' langen, außerst stark magnetisirten Eisenstange dicht an den Pol derselben anlegten, wir nur $0^{\circ},6$ Ablenkung am Inductiōnmultiplicator erhielten.“

Ob Lenz und Jacobi diesen unter einem schiefen Winkel wirkenden Inductionsstrom auf die Spirale vernachlässigen dürfen oder nicht, hängt nach meiner Meinung nicht allein von der Gröfse der Wirkung ab, welche seitwärts auf die Spirale ausgeübt wird, sondern es kommt besonders auch darauf an, ob die Wirkung von beiden Seiten dieselbe ist. In Bezug auf die Stärke, mit der die Seitenwirkung außerhalb der Spirale vorhanden ist, muß bemerk't werden, daß eine Wirkung des einen Pols auf die vor ihm angebrachte Inductionsspirale von $0^{\circ},6$ keinesweges unbedeutend genannt werden kann. Die Messung nämlich, welche von Lenz und Jacobi mit dem 2,5 langen Eisenstabe angestellt ist¹⁾), ergiebt, wenn die 1' lange Spirale sich am Ende desselben befindet $3^{\circ},16$ Ablenkung am Multiplicator, während derselbe Stab in der auf seiner Mitte befindlichen Spirale einen Inductionsstrom von $16^{\circ},67$ Ablenkung, also das 5 fache von dem am Rande hervorrief. Der 4' lange Stab ergab am Ende fast 4° , während er in seiner Mitte $31^{\circ},8$ also das 8fache zeigte. Da wir nun annehmen müssen, daß die Seitenwirkung proportional der Totalwirkung auf die Inductionsspirale zunimmt, und da ferner die Seitenwirkungen von beiden Seiten der Spirale sich summiren, so müßte also bei diesem letzten Stabe die Seitenwirkung auf seiner Mitte sich auf $2 \cdot 8 \cdot 0^{\circ},6 = 9^{\circ},6$ belaufen und

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 280.

mithin für die rechtwinklige Wirkung nur 22° übrig bleiben, während die Maximumwirkung des $1\frac{1}{2}'$ langen Stabes nach Abzug der Seitenwirkung $10^{\circ},67$ ergäbe.

Allein diese Unterschiede würden die Art der Curve, welche die Steigerung des erregten Magnetismus vom Ende bis zur Mitte eines Stabes darstellt, nicht ändern, sobald sie proportional nach der Mitte hin zunehmen. Bedenkt man nun aber, dass die Wirkung, welche auf die Inductionsspirale stattfindet, weder von beiden Seiten auf der Länge der Spirale noch von außen her gleich ist, oder dass diese Gleichheit doch nur in der Maximumstellung, d. h. in der Mitte des Stabes, vorhanden ist; so wird die Grösse der Wirkung zu beiden Seiten des mittleren Querschnitts der Spirale von nicht geringer Bedeutung. Lenz und Jacobi haben nämlich bei ihren Messungen angenommen, dass der in den auf einen Zoll ausgedehnten Windungen der Spirale erregte Inductionsstrom angesehen werden könnte wie ein Strom, welcher in dem durch die Mitte der Spirale gehenden Querschnitt des Eisenstabes erregt wird. Sie messen daher immer die Entfernung von der Mitte des Stabes bis zur Mitte der Spirale. Nun wird man aber einsehen, dass die Lage der Resultante aller Ströme um so mehr aus der Mitte der Spirale heraustritt, je verschiedener die Wirkungen von beiden Seiten dieses mittleren Querschnitts sind und je weiter die Inductionsspirale ist, da es ja für eine unverhältnismäsig weite Spirale gleichgültig werden müfste, ob dieselbe sich am Ende oder in der Mitte befände.

Da nun einerseits die Spirale erst über der galvanischen den Kern umgibt und außerdem an manchen Punkten der erregte Magnetismus von einem Zoll zum andern fast um das Doppelte zunimmt; so wird man einsehen, dass die angegebenen Werthe für den an verschiedenen Punkten des Kernes erregten Magnetismus nur für die Maximumstellung der Spirale ganz zuverlässig seyn können und an den andern Punkten mehr oder weniger der Mitte näher liegen müssen.

Wir haben vorn gesehen, dass in Bezug auf den Durch-

messer der freie Magnetismus der Endflächen eines Stabes, dem in der ganzen Ausdehnung des Stabes durch den galvanischen Strom erregten Magnetismus proportional ist. Daselbe gilt, wie wir sehen werden, auch von dem Verhältnis dieser beiden Wirkungen in Bezug auf die Länge eines Magnetkerns; allein wir können daraus keine Schlüsse auf die Tragkraft und Anziehung dieses Stabes machen. Man kann nämlich nicht sagen, dass, wenn man einen Anker an den Magneten legt, nun der freie Magnetismus hier thätig sey. Sobald der Pol durch den Anker armirt wird, ist eben an dieser Stelle kein freier Magnetismus vorhanden. Meine Untersuchungen haben gezeigt, dass man sich Anker und Magnet wie ein Continuum denken müsse, in welchem dann der *erregte* Magnetismus die Anziehung in jedem einzelnen Querschnitte bedingt. Hieraus liefs sich schließen, dass wohl die in jedem Querschnitte eines Stabes vorhandene Intensität des *erregten* Magnetismus das Verhältnis zu der Anziehung herausstellen werde.

Prüfen wir zunächst die Richtigkeit dieses Schlusses für den Fall, in welchem der mittelst der Inductionsspirale gemessene Strom sicher die Intensität des erregten Magnetismus des gemessenen Querschnitts des Magnetstabes angibt. Dies findet statt, wenn die Inductionsspirale in der Mitte des Stabes sich befindet. Hierzu bieten die von mir angestellten Messungen über die Kraft, mit welcher sich zwei gleich lange Stäbe halten, Gelegenheit. Ich habe gefunden:

Die Tragkraft und Anziehung zweier gleich langer Magnetstäbe oder eines Magnetstabes und eines ihm gleichen Ankers sind der Länge dieser Stäbe proportional.

Aus diesem Grunde müfste nach dem Vorhergehenden der in der Mitte von Stäben *erregte* Magnetismus den *Wurzeln* der Längen proportional seyn, wenn sämmtliche Stäbe ihrer ganzen Länge nach mit derselben Anzahl von Windungen der galvanischen Spirale bedeckt sind.

Die von Lenz und Jacobi angestellten Messungen mit verschiedenen langen Stäben von 1' bis 4' Länge tragen bekanntlich nicht alle dieselbe Anzahl von Spiralwindungen.

Da sie jedoch ihrer ganzen Länge nach mit der Spirale bedeckt sind und die Zahl der Windungen der Länge proportional wächst, so muss, weil der Magnetismus der Windungszahl proportional ist¹⁾, eine Division der Werthe, welche die Intensität des erregten Magnetismus im Maximum angibt, durch die Länge der Stäbe, den erregten Magnetismus feststellen, den mit gleicher Windungszahl bedeckte Stäbe von verschiedener Länge in ihrer Mitte zeigen.

VII.

Der in der Mitte von Stäben verschiedener Länge erregte Magnetismus.

Länge der Stäbe = l	Magnetismus $= M$	$\frac{M}{l}$	$\frac{M}{\sqrt{l}}$
1'	0,07171	0,07171	0,07171
1½'	0,13485	0,08990	0,07340
2'	0,20811	0,10405	0,07357
2½'	0,28736	0,11494	0,07267
3'	0,36785	0,12261	0,07079
3½'	0,43471	0,12420	0,06639
4'	0,52690	0,13172	0,06536

Während in dieser Tabelle die zweite Colonne den von Lenz und Jacobi an den verschiedenen Stäben in der Mitte derselben erregten Magnetismus darstellt, gibt die dritte Colonne das Verhältnis der Magnetismen besagter Stäbe, wenn deren jeder seiner ganzen Länge nach mit derselben Windungszahl bedeckt wäre. Die vierte Colonne endlich gibt die Verhältnisse zu den Wurzeln der Länge der Magnete. Ein Blick auf diese Reihe lässt erkennen, dass die gefundenen Werthe nicht mehr von einander abweichen als auf die Versuchsfehler gerechnet werden muss.

Sie zeigt mithin den wichtigen Satz: *Der in der Mitte eines Stabes erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel aus der Länge des Stabes proportional.*

Da ich nun früher gefunden, *dass Tragkraft und Anziehung eines in der Mitte durchschnittenen Magneten der Länge proportional sind*, so folgt daraus:

1) Diese Annal. Bd. 47, S. 254.

»Die Tragkraft und Anziehung eines in der Mitte durchschnittenen Magnetstabes sind dem Quadrate des an dieser Stelle erregten Magnetismus proportional.«

Wie vorn erwähnt, sind von Lenz und Jacobi an den 7 Eisenstäben Messungen an jedem Punkte derselben vom Ende bis zur Mitte angestellt. Sie sagen nun ganz richtig: »Wenn die zu jedem Eisencylinder gehörige elektromagnetische Spirale ihrer ganzen Länge nach mit einer Inductionsspirale bedeckt wird, so erhält man einen Inductionsstrom, welcher der in dem ganzen Eisencylinder zerlegten Quantität des magnetischen Fluidums proportional ist. Zugleich muss dieser Inductionsstrom der Summe der an den successiven Schichten beobachteten Ströme oder dem Flächeninhalte der ganzen Curve gleich seyn.«

Die Summen aller auf der ganzen Länge der Magnete gemachten Beobachtungen sind von Lenz und Jacobi in diese Annalen Bd. 61, S. 454 zusammengestellt. Da bei diesen Versuchen mit der Länge der Kerne zugleich die Anzahl der galvanischen wie die der Inductionsspiralwindungen wächst, so müssen wir die Resultate Behufs der Vergleichung in *beiden Beziehungen* mit der Länge, d. h. mit dem Quadrat der Länge, dividiren, um, wie Lenz und Jacobi es nennen, »die specifische Wirkung des Eisens« zu erhalten. Dies ist in der dritten Colonne der folgenden Tabelle geschehen.

VIII.

Erregter Magnetismus von Stäben von verschiedener Länge.

Länge Stäbe	Erregter Magne- tismus bei steigender Windungszahl $= l$	$\frac{M}{l^2}$	$\frac{M}{l^2 \sqrt{l}}$
1'	0,66686	0,66686	0,66686
1,5'	1,83074	0,81634	0,66433
2'	3,69168	0,92292	0,65263
2,5'	6,40294	1,02442	0,64793
3'	9,89836	1,09982	0,57150
3,5'	13,51770	1,10351	0,58985
4'	18,66582	1,16661	0,58330

Aus der Division dieser dritten Colonne mit den Wurzeln der Längen der Elektromagnete, welche in der vierten Colonne zusammengestellt ist, ergiebt sich das Verhältnis des *erregten Magnetismus* in Eisenstäben von verschiedener Länge. Zwar sind diese Zahlen nicht absolut gleich, allein dies ließ sich nach dem vorn Gesagten, wie auch deshalb nicht mit Genauigkeit erwarten, da ja diese Versuche, nach den eigenen Worten der Experimentatoren noch vielen störenden Einflüssen unterworfen sind. Nehmen wir jedoch die von mir auf anderem Wege erlangten genaueren Resultate über den freien Magnetismus mit hinzu¹⁾, so werden uns auch diese Verhältnisse zu dem Satze führen:

»Der erregte Magnetismus verschieden langer Eisencylinder, die auf ihrer ganzen Länge mit derselben Kraft magnetisiert sind, verhält sich wie die Wurzeln der Längen derselben.«

Nachdem wir diese Beziehung des erregten Magnetismus zu der Anziehung und Tragkraft erkannt haben, wollen wir versuchen, das Gesetz für die Vertheilung des Magnetismus auf der ganzen Länge eines Magnetstabes festzustellen. Lenz und Jacobi zeichnen diese Vertheilung in einer Curve und sagen): »Schon die bloße Anschauung dieser Curven weist eine große Aehnlichkeit derselben mit einem Kegelschnitte und namentlich mit einer Parabel nach, weshalb wir auch versucht haben, unsere Beobachtung nach dieser Curve zu berechnen.« Nun ist es aber nicht schwer einer bestimmten Versuchsreihe eine Curve anzupassen, da ja je nach Annahme der Constanten dieselbe sich verschieden gestaltet. Läßt man dann noch einige Beobachtungen, die nicht passen wollen, als unbrauchbar hinweg, so lassen sich sehr verschiedenartige Curven auf eine und dieselbe Versuchsreihe anwenden. So hat denn auch später van Rees³⁾ den Versuchen von Lenz und Jacobi die Kettenlinie angepasst und meint, daß diese besser mit den Versuchen über-

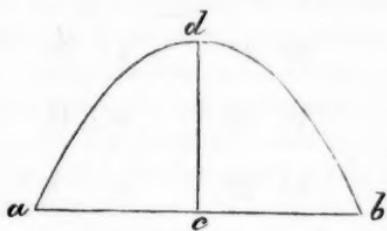
1) Diese Annal. Bd. 102, S. 209.

2) Diese Annal. Bd. 61, S. 277.

3) Diese Annal. Bd. 70, S. 1.

einstimme; allein auch er lässt die Versuche hinweg, welche Lenz und Jacobi für unbrauchbar erklären.

Lenz und Jacobi wie van Reez nehmen an, die Versuche stellen eine Curve dar, deren Scheitel in der



Mitte über der Abscissenaxe liegt, so dass sie die nebenstehende Figur erhalten, in welcher ab die Länge des Magneten darstellt. Wollen wir mit dieser Curve beispielsweise die Versuchs-

reihe vergleichen, welche der Natur der Sache gemäfs, die meisten Werthe zur Berechnung bietet, so müssen wir die Reihe wählen, welche mit dem 4 Fufs langen Stabe erhalten wurde ¹⁾.

IX.

4 Fuss langer Stabelektromagnet.

Entf. d. Mitte d. Ind.-Spirale von d. Mitte d. Stange in halben Zollen	Halber beobacht. Ablenkungs- winkel	Berech- neter Winkel	Differenz
0	31° 48'	32° 2'	- 24'
1			
3	31 44	31 55	- 11
5			
7	31 22	31 25	- 3
9			
11	30 20	30 32	- 12
13			
15	29 21	29 16	+ 5
17			
19	27 54	27 38	+ 17
21			
23	26 5	25 39	+ 26
25			

1) Diese Annal. Bd. 61, S. 450.

Poggendorff's Annal. Bd. ClV.

Entf. d. Mitte d. Ind.-Spirale von d. Mitte d. Stange in halben Zollen	Halber beobacht. Ablenkungs- winkel		Berech- neter Winkel		Differenz
	23	20	23	20	
27	23	45			+ 25
29					
31	21	10	20	41	+ 29
33					
35	18		17	44	+ 16
37					
39	14	20	14	29	- 9
41					
43	9	49	10	56	- 1° 6,5
45					
47	3	48'	7	4'	- 3 7

Der Kürze wegen sind in dieser Tabelle unter der Rubrik: »Halber beobachteter Ablenkungswinkel« die Mittel aus den Beobachtungen verzeichnet, welche auf beiden Seiten des Stabes von der Mitte aus gemacht wurden. Die Differenz nun, welche zwischen dem beobachteten und dem nach der Formel der angenommenen Curve berechneten Ablenkungswinkel stattfindet, beweist, dass die Messungen besonders nach dem Ende des Stabes durchaus nicht für die angenommene Curve passen und »deshalb sind«, wie Lenz und Jacobi sagen, »auch diese Werthe bei der Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate *nicht mit hinzugezogen worden.*« Während für diesen Fall die Abweichungen noch größer geworden wären, führen uns die Mittel, welche die bisherigen Versuche an die Hand geben, auf ein ganz anderes Gesetz der magnetischen Vertheilung in einem Elektromagneten.

Stellen wir nämlich die bis jetzt als richtig anerkannten Sätze Hinsichts der Längenwirkung *der Magnete* zusammen, welche ihrer ganzen Länge nach mit derselben Windungszahl der galvanischen Spirale bedeckt und von demselben Strom durchflossen sind, so erhalten wir folgende:

1. Die Summe der in jedem Querschnitte des Stabes

erregten Magnetismen ist dem freien Magnetismus der Endflächen proportional¹⁾.

2. Der erregte wie der freie Magnetismus sind den Wurzeln der Stablängen proportional²⁾.

3. Der in der Mitte des Stabes erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel der Stablängen proportional³⁾.

Hierzu kommen die Sätze, welche ich früher Hinsichts der Tragkraft und Anziehung gefunden habe:

4. Tragkraft und Anziehung sind, wenn der Stab in der Mitte durchschnitten wird, der Länge des Stabes proportional⁴⁾.

5. Tragkraft und Anziehung nehmen proportional dem Abschluß eines magnetischen Stabes von der Mitte aus ab⁵⁾.

Wenn nun der erregte Magnetismus in der Mitte der Stäbe, so wie die Summe der in jedem Querschnitt erregten Magnetismen den Wurzeln der Stablängen proportional ist, und für alle bisher beobachteten Fälle Tragkraft und Anziehung stets dem Quadrat des erregten Magnetismus proportional sich erwiesen haben, so läßt sich mit Sicherheit schließen, daß auch in allen Querschnitten des Stabes der erregte Magnetismus der Quadratwurzel dieser in den einzelnen Querschnitten sich zeigenden *Anziehung* proportional seyn wird. Da nun aber diese Anziehung der Länge des Abschnittes des Stabes vom Ende ab gerechnet proportional ist, so muß der in diesen Querschnitten beobachtete *erregte* Magnetismus den *Wurzeln* der Längen dieser Abschnitte proportional seyn.

Bevor wir zur Prüfung dieses Satzes an den von Lenz und Jacobi angestellten Versuchen schreiten, müssen wir noch einmal auf die bei ihren Versuchen möglichen Fehler zurückkommen.

Wir haben schon vorn darauf hingewiesen, daß wegen der zunehmenden Intensität des erregten Magnetismus nach

1) Diese Abhand. S. 253

2) Diese Annal. Bd. 102, S. 209 und diese Abh. S. 256.

3) Diese Abh. S. 254.

4) Diese Annal. Bd. 102, S. 217.

5) Diese Annal. Bd. 102, S. 215.

der Mitte des Magneten hin die Wirkung auf die Inductionsspirale zu beiden Seiten des in der Mitte der Spirale angenommenen Querschnitts verschieden seyn muß, und daß aus diesem Grunde die Intensität des Inductionsstromes nicht immer das Verhältnis des erregten Magnetismus in *dem* Querschnitt des Kernes angeben wird, welcher die Inductionsspirale in der Mitte theilt, wie dies Lenz und Jacobi annehmen. Der dieser gemessenen Intensität entsprechende Querschnitt wird, da auf der Seite nach der Mitte des Magneten hin, die Wirkung größer ist, auch dieser Mitte des Magneten näher liegen. Man wird also, wenn man bei der Annahme beharrt, der die Resultante aller Wirkungen auf die Inductionsspirale darstellende Querschnitt liege in der Mitte der Inductionsspirale, etwas zu große Werthe für den in diesem Querschnitt erregten Magnetismus erhalten. Dieses Resultat wird sich am auffallendsten da zeigen, wo die Ordinaten der Curve am meisten wachsen, weil an diesen Stellen die Differenz der Wirkungen von beiden Seiten am größten ausfällt. Anders ist es mit dem Resultat, welches den Inductionsstrom am Ende des Kernes angibt. In diesem Falle fehlt auf der einen Seite die Seitenwirkung von außen ganz und es muß daher dieses Resultat im *Verhältnis zu den anderen* zu klein ausfallen.

Ich habe von den 7 Eisenkernen, mit denen Lenz und Jacobi hier die Messungen anstellten, an dem 1', 2', 3' und 4' langen die Prüfung unternommen, ob die eben gemachten Schlüsse sich auf jene Versuchsresultate anwenden lassen.

X.

Verhältnis des erregten Magnetismus in einzelnen Querschnitten des I' langen Magneten zu der Entfernung dieser Querschnitte vom Ende des Magneten.

Entf d. Mitte d. Induct.-Spirale vom Pol in <i>halben</i> Zollen = E	Erregter Magnetismus = M	M \sqrt{E}
1	0,02530	0,025300
3	0,04416	0,025496
5	0,05528	0,024722
7	0,06322	0,023840
9	0,06868	0,023426
12	0,07171	0,020700

XI.

Verhältniss des erregten Magnetismus in einzelnen Querschnitten zu der Länge eines 2' langen Magneten zu der Entfernung dieser Querschnitte vom Ende des Magneten.

Entf. d. Mitte d. Induct.-Spirale vom Pol in halben Zollen = E	Erregter Magnetismus	$\frac{M}{\sqrt{E}}$
1	0,04557	0,045570
5	0,10559	0,047004
9	0,14706	0,049020
13	0,17470	0,048456
17	0,19412	0,047085
21	0,20608	0,044960
24	0,20811	0,042450

XII.

3' langer Magnet.

1	0,06163	0,061630
5	0,15730	0,070347
9	0,22098	0,073660
13	0,27480	0,076216
17	0,31979	0,077560
21	0,35375	0,077195
25	0,38322	0,076644
29	0,40620	0,075930
33	0,42130	0,073340
37	0,42999	0,070690
42	0,43471	0,067077

XIII.

4' langer Magnet.

1	0,06888	0,06888
5	0,17078	0,076374
9	0,24756	0,082518
13	0,30902	0,085705
17	0,36108	0,087575
21	0,40275	0,087685
25	0,43968	0,087939

Entf. d. Mitte d. Induct.-Spirale vom Pol in halben Zollen = E	Erregter Magnetismus = M	$\frac{M}{\sqrt{E}}$
29	0,46793	0,086873
32	0,49014	0,085322
37	0,50503	0,083026
41	0,52052	0,081292
45	0,52596	0,078405
48	0,52690	0,077595

Alle hier angeführten Beobachtungen bestätigen mit irgend wünschenswerther Genauigkeit die oben gemachten Schlüsse und setzen die Richtigkeit des Satzes außer allen Zweifel.

„Der in jedem Querschnitte eines seiner ganzen Länge nach mit der galvanischen Spirale bedeckten Eisencylinders erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel aus der Entfernung dieses Querschnittes vom nächsten Ende des Magneten genau proportional.“

Aus diesem Satze folgt nun direct die Parabel als Curve, welche die Intensität des erregten Magnetismus in jedem einzelnen Querschnitt des Elektromagneten angiebt. Diese Parabel hat aber nicht die Lage, welche ihr Lenz und Jakobi geben. Stellt vielmehr die Länge des Magneten die Abscissenaxe dar, so sind die auf derselben als Ordinaten aufgetragenen Intensitätswerthe des an jedem Punkte des Magneten gefundenen »erregten Magnetismus« die Ordinaten zweier gleicher Parabeln, deren Scheitel in den beiden Enden der Abscissenaxe liegen und die sich in der Mitte über derselben schneiden, wo das Maximum des erregten Magnetismus liegt.

Da nun die Anziehung und Tragkraft im quadratischen Verhältnis zu dem erregten Magnetismus stehen, so folgt aus dem eben gefundenen Resultate der von mir schon früher unabhängig von diesen Versuchen durch Experimente nachgewiesene Satz, dass, wenn der Elektromagnet an verschiedenen Stellen durchnitten wird, die Tragkraft und An-

ziehung an diesen Stellen sich wie die Entfernungen der Querschnitte vom nächsten Pol verhalten müssen. Wie nun diese Sätze sich gegenseitig bestätigen, so lässt andererseits die genaue Uebereinstimmung der Werthe in den Tabellen X bis XIII mit den gemachten Schlüssen auf die Sorgfalt schließen, mit der die Versuche von Lenz und Jacobi ausgeführt sind. Während z. B. in der Colonne $\frac{M}{\sqrt{E}}$ der obigen Tabellen der erste Werth sehr von den übrigen abzuweichen scheint, beträgt doch der Unterschied zwischen der hier gemessenen Entfernung der Resultante vom Ende des Magneten und der in welcher sie nach dem Mittel aus allen anderen Werthen liegen müßte, bei dem 4 Fuſ langen Magneten nur $\frac{1}{16}$ Zoll, bei dem 3 Fuſ langen nur $\frac{1}{16}$ " und bei dem 2 Fuſ langen sogar nur $\frac{1}{16}$ ", welche Verschiedenheiten selbst wieder in den früher angegebenen Gründen ihre Erklärung finden.

Nachdem die Uebereinstimmung aller dieser Sätze nachgewiesen ist, bleibt uns nur noch übrig zu zeigen, wie auch der wichtigste der von mir gefundenen Sätze, welcher gleichsam den Schlussstein des Ganzen bildet, aus den Versuchen von Lenz und Jacobi hervorgeht. Ich habe gefunden: ¹⁾

„Die Anziehung muss bei gleicher magnetisirender Kraft (d. h. bei gleichem Product aus Stromstärke und Windungszahl) dieselbe seyn, wenn bei beliebiger Länge des ganzen Systemes (von Anker und Magnet, oder zweier Magnete) der kürzere Theil dieselbe Länge hat.“

Schließen wir nach dem Vorhergehenden von diesem Satze auf den entsprechenden in dem vorliegenden Falle, so heißtt derselbe für den erregten Magnetismus:

„Bei verschiedenen langen Elektromagneten, die auf ihrer ganzen Länge mit gleicher Kraft magnetisirt sind, ist der in jedem Querschnitt in gleicher Entfernung vom nächsten Pole erregte Magnetismus gleich stark.“

1) Diese Annalen Bd. 102, S. 220.

Um diesen Satz an den Versuchen von Lenz und Jacobi zu prüfen, haben wir die entsprechenden Resultate mit der Windungszahl zu dividiren, da alle Magnete mit einer ihrer Länge proportionalen Anzahl von Spiralwindungen bedeckt sind, und müssen dann gleiche Werthe erhalten. Die Zahl der Windungen verhält sich bei den 7 angewandten Magneten von 1', $1\frac{1}{2}'$... 4' Länge wie 2:3:4:5:6:7:8. In der folgenden Tabelle sind nun die Quotienten dieser mit den Verhältniszahlen dividiirten Werthe des erregten Magnetismus in verschiedenen Entfernungen vom Ende eines jeden Magneten zusammengestellt.

XIV.

Länge d. Magnete	Entfernung des Querschnitts vom Ende eines jeden Magneten.					
	4,5"	6,5"	8,5"	12,5"	16,5'	20,5"
1'	0,03433					
1,5'	0,03693	0,04404	0,04506			
2'	0,03676	0,04368	0,04852			
2,5	0,03581	0,04380	0,04962	0,05630		
3'	0,03470	0,04281	0,04771	0,05828	0,06113	
3,5'	0,03150	0,03926	0,04568	0,05475	0,06017	0,06210
4'	0,03094	0,03863	0,04513	0,05496	0,06127	0,06506

Wir sehen, daß die in jeder einzelnen Reihe befindlichen Zahlenwerthe gleich sind bis auf die Abweichungen, welche durch die schon oft erwähnte Verschiedenheit der auf die Inductionsspirale von beiden Seiten geübte Seitenwirkung des erregten Magnetismus hervorgerufen werden. Ein Vergleich mit den Quotienten in den Tabellen No. X bis XIII zeigt, daß diese Abweichungen nicht größer sind als die, welche dort aus demselben Grunde hervortreten. Wir müssen daher die Richtigkeit auch dieses Satzes durch die Versuche von Lenz und Jacobi als bestätigt erkennen und uns in Folge dieser Untersuchungen für die nachstehenden Gesetze hinsichts der Wirkung des erregten Magnetismus in dem Eisenkerne der Elektromagnete erklären,

welche ihrer ganzen Länge nach mit der galvanischen Spirale bedeckt und von demselben Strome durchflossen sind.

1) »Der gesammte in einem Stabe erregte Magnetismus ist dem freien Magnetismus seiner Endflächen proportional.«

2) Der erregte wie der freie Magnetismus sind den Quadratwurzeln der Durchmesser der Magnetherne proportional.«

3) »Der erregte wie der freie Magnetismus sind den Quadratwurzeln der Länge der Elektromagnete proportional, wenn diese auf ihrer ganzen Länge mit derselben Windungszahl bedeckt und von demselben Strome durchflossen sind.«

4) »Der in jedem Querschnitt eines Magnetstabes erregte Magnetismus ist der Quadratwurzel der Entfernung des Querschnitts vom nächsten Ende des Magneten proportional.«

5) »Der erregte Magnetismus ist bei verschiedenen langen Elektromagneten in allen denjenigen Querschnitten gleich, welche gleich weit vom nächsten Pole entfernt sind.«

Dieser letzte Satz gibt nun endlich noch ferneren Aufschluß über die von mir im 102. Bande S. 217 u. f. ausgesprochene Bemerkung hinsichts des Längenverhältnisses zwischen Anker und Magnet. Ich habe daselbst zunächst für zwei gleich lange Stäbe den Satz ausgesprochen: »Die Tragkraft und Anziehung zweier Stäbe ist dieselbe, mag die magnetisirende Kraft über die ganze Länge eines oder beider Stäbe ausgebreitet seyn.« — Dieselbe Erscheinung bietet in den meisten Fällen auch ein System, wenn Anker und Magnet nicht gleiche Länge haben, nur »zeigt sich dann bei unverhältnismäßig kurzen Magneten, bei denen die magnetisirende Kraft sich mehr auf einen Punkt zusammenhäuft, eine stärkere Anziehung, als nach der oben beobachteten Proportionalität der Fall seyn müßte.«¹⁾ Ich habe dabei bemerkt: »die Anziehung würde jedoch auch für diesen Fall dem Gesetze vollkommen entsprechen, wenn die Spirale über das ganze System ausgebreitet wäre.« Für diese Behauptung liefert der hier zuletzt aufgeführte Satz

1) Diese Ann. Bd. 102, S. 219.

den Beweis. Denn da für alle übrigen Fälle Anziehung und Tragkraft dem Quadrat des erregten Magnetismus proportional sind, so muss diese Proportionalität auch in diesem stattfinden, d. h. Anziehung und Tragkraft müssen stets dem kürzeren Theile der Magnete, mögen diese ganz beliebige Länge haben, proportional, und wenn diese kürzeren Theile gleich sind, auch gleich seyn.

Die bei Bewicklung nur des einen Stabes sich zeigende Abweichung in dem eben erwähnten Falle kann also nur von der Anhäufung der Spirale herrühren und nähert sich, je mehr die Spiralwindungen auf einen Punkt zusammen kommen, d. h. je kürzer der Magnet wird, so lange asymptotisch einem Maximum, bis in demselben Sättigung hervortritt.

Berlin den 10. März 1858.

III. Zur mathematischen Theorie elektrischer Ströme; von Ernst Schering.

Die mathematische Theorie elektrischer Ströme ist in diesen Annalen schon häufiger erörtert und namentlich sind die von Weber und Neumann darüber erschienenen Untersuchungen im Auszuge mitgetheilt worden. Die unter obigem Titel gedruckte Abhandlung, welche von der philosophischen Facultät in Göttingen im Jahre 1857 den Preis erhalten, steht mit den erwähnten Untersuchungen im engsten Zusammenhang, wie aus folgender kurzer Uebersicht der Resultate ersehen werden wird.

§. I.

Es ist in diesen Annalen Bd. 31, S. 483 von Lenz über die von Faraday entdeckte Volta-Induction zuerst folgende

Erfahrungsregel aufgestellt worden: in einem metallischen Leiter, der sich in der Nähe eines galvanischen Stromes oder eines Magneten bewegt, entsteht ein Strom, der eine solche Richtung hat, daß er in dem Drahte, wenn dieser in Ruhe wäre, vermöge der Einwirkung des anderen galvanischen Stromes oder des Magneten eine gerade entgegengesetzte Bewegung hervorbringen würde, wofern man denselben nur in der Richtung der ertheilten Bewegung und der entgegengesetzten beweglich voraussetzt.

§. 2.

Dieser Erfahrungsregel hat Neumann noch als Ergänzung den Satz beigefügt:

dass die Intensität der momentanen Induction proportional ist der Geschwindigkeit, mit welcher der Leiter bewegt wird.

§. 3.

Sodann hat Neumann, auf diese beiden Sätze gestützt, in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1845 folgendes allgemeine Inductions-Gesetz aufgestellt:

Die in einem Elemente des bewegten Drahtes (als Leiter) inducire elektromotorische Kraft ist gleich einer Constanten ϵ multiplicirt mit der Geschwindigkeit des Elements und mit der nach der negativen Richtung der Bewegung zerlegten (durch Ampère's Formel gegebenen elektrodynamischen) Wirkung des inducirenden Stromes auf das Element, dieses durchströmt gedacht von einem positiven Strome mit der Intensität = 1.

§. 4.

Dieses Neumann'sche Gesetz genügt nun zur vollständigen Bestimmung jeder durch *Ortsveränderung* des Leiters oder des inducirenden Stromes hervorgebrachten Induction, da solche nur von den *relativen Ortsänderungen* der Elemente des Leiters und des Stromes abhängt; umfaßt aber noch nicht die Bestimmung der durch eine *Stromänderung* hervorgebrachten Induction:

Aus diesem Gesetze ergiebt sich für die auf den inducirten Leiter ausgeübte *elektromotorische Kraft* folgender analytische Ausdruck:

$$\epsilon i dt \frac{ds ds'}{rr} \left(\frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} - 2r \frac{d dr}{ds ds'} \right) \left(\frac{dr}{dw} \frac{dw}{dt} + \frac{dr}{dw'} \frac{dw'}{dt} \right),$$

worin s und s' die Curven bezeichnen, welche der inducirende Strom und der Leiter bilden, ds und ds' ihre Elemente, und r die Länge der von einem Punkt des ds nach einem Punkte des ds' in positiver Richtung gezogenen Geraden. Es ist i die mit der magnetischen Krafteinheit gemessene Intensität des inducirenden Stromes und zwar positiv oder negativ genommen, je nachdem die Richtung der Bewegung der positiven Elektricität des Stromes mit der Richtung, in welcher ds positiv vorausgesetzt war, übereinstimmt oder ihr entgegengesetzt ist. Bei den Ortsveränderungen des Stromes durchlaufen die einzelnen Punkte der Curve s Bahnen von verschiedener Länge. Die mit der Zeit t veränderliche Gröfse w soll von jeder Bahnlänge auf eine besondere Weise abhängig gedacht werden und zwar so, dass w zu einer und derselben Zeit für alle Punkte des Stromes einen gleichen Werth hat. In entsprechender Beziehung wie w zu s steht w' zu s' . Es sind also $\frac{dw}{dt}$ und $\frac{dw'}{dt}$ constant für alle Punkte der Curven s und s' ; im Allgemeinen unterscheiden sie sich von den Geschwindigkeiten, mit welchen sich diese Punkte bei den Ortsveränderungen des Stromträgers und des Leitungsdrahtes bewegen. Sie können diesen Geschwindigkeiten nur dann gleich seyn, wenn die Curven s und s' parallel zu sich selbst fortgeschoben werden.

§. 5.

Zur Bestimmung der durch eine *Stromänderung* hervorgebrachten Induction hat aber Neumann folgendes Gesetz aufgestellt: erhält in einem Stromelement $i ds$ die Stromstärke i während der Zeit dt einen Zuwachs $\frac{di}{dt} dt$, so wird dadurch in dem Element ds' eines geschlossenen Leiterumgangs s' eine elektromotorische Kraft erregt, die den Werth

$$-\epsilon dt \frac{ds \cdot ds'}{r} \cos(ds \cdot ds') \frac{di}{dt}$$

hat, wenn man mit $\cos(ds, ds')$ den Cosinus desjenigen Winkels bezeichnet, welchen die Richtungen der Elemente ds und ds' mit einander bilden.

§. 6.

Aus der Vereinigung der beiden unter 4 und 5 angeführten Gesetze hat endlich Neumann sein allgemeines Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme abgeleitet, welches er in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom Jahre 1847 folgendermaßen ausspricht:

wird ein geschlossenes, unverzweigtes, leitendes Bogen-system A_i durch eine beliebige Verrückung seiner Elemente, aber ohne Aufhebung der leitenden Verbindung derselben, in ein anderes A_u von neuer Form und Lage übergeführt, und geschieht diese Veränderung von A_i in A_u unter dem Einflus eines elektrischen Stromsystems B_i , welches gleichzeitig durch eine beliebige Verrückung seiner Elemente eine Veränderung in Lage, Form und Intensität von B_i in B_u erfährt, so ist die Summe der elektromotorischen Kräfte, welche in dem leitenden Bogen-system durch diese Veränderungen inducirt worden sind, gleich dem mit der Inductions-Constante ϵ multiplicirten Unterschied der Potentialwerthe des Stromes B_u in Bezug auf A_u und des Stromes B_i in Bezug A_i , wenn A_u und A_i von der Stromeinheit durchströmt gedacht werden.

Es ist der Potentialwerth eines in der Bahn s befindlichen Stromes von der Intensität i in Bezug auf einen in s' laufenden Strom von der Intensität i' das über beide Curven s und s' ausgedehnte Doppelintegral

$$-\int \frac{1}{r} \cos(ds \cdot ds') i ds i' ds'.$$

§. 7.

Nun war aber von Weber in seinen elektrodynamischen Maafsstimmungen folgendes Grundgesetz der elektrischen

Wirkungen aufgestellt worden, worin auch die elektrischen Inductionsgesetze mit enthalten seyn müssen, nämlich das Gesetz, wonach zwei elektrische Massen e und e' , die jede in einem Punkte vereinigt sind, auf einander eine abstossende Kraft ausüben, deren Maas

$$\frac{ee'}{rr} \left(1 - \frac{1}{cc} \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{2}{cc} r \frac{d dr}{dt^2} \right)$$

ist, wenn man mit r den Abstand der beiden Massen von einander und mit c die Geschwindigkeit

$$439450 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}}$$

Das Maas der elektrischen Massen (e und e') ist diejenige elektrische Masse, welche auf eine gleich grosse in der Entfernung von Einem Millimeter ruhende elektrische Masse die Einheit der Kraft ausübt, d. i. diejenige Kraft, vermöge welcher ein die elektrische Masse fest einschliessender Körper von der ponderablen Masseneinheit (Milligramm) in Einer Sekunde die Einheit der Geschwindigkeit erhält.

In bekannten Zeichen kann hiernach die Einheit der Kraft durch

$$\text{Milligramm} \cdot \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}^2}$$

dargestellt werden, und also ist, wenn E die Einheit der elektrischen Masse bezeichnet

$$EE = \frac{\text{Milligramm} \cdot \text{Millimeter}^3}{\text{Sekunde}^2}.$$

Nach mechanischen Begriffen wird hieraus die Einheit der Stromintensität abgeleitet

$$= \frac{E}{\text{Millimeter}} \cdot \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}} = \sqrt{\frac{\text{Milligramm} \cdot \text{Millimeter}^3}{\text{Sekunde}^4}}$$

wodurch augedrückt wird, dass die Stromeinheit stattfinde, wenn in jedem Millimeter des Leiters die Einheit der elektrischen Masse (E) enthalten ist und mit der Einheit der Geschwindigkeit ($= \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}}$) bewegt wird.

Bezeichnet i die auf bekannte Weise aus den magnetischen Wirkungen gefundene Intensität eines Stromes, so ist

$$i = 2\sqrt{2} \cdot \frac{e}{c} \frac{ds}{dt},$$

wenn $\frac{ds}{dt}$ die Geschwindigkeit der Elektricitäten des Stromes und e die in jeder Längeneinheit des Leiters enthaltene Zahl von Einheiten der elektrischen Masse, und c oder $\frac{c}{2\sqrt{2}}$ eine gegebene constante Geschwindigkeit bedeutet, nämlich

$$c = 439450 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}}, \text{ also } \frac{c}{2\sqrt{2}} = 155370 \cdot 10^6 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}}$$

Diesem Ausdrucke der Stromintensität liegt aber eine andere Einheit als die oben angegebene zu Grunde, nämlich die sogenannte magnetische Einheit der Stromintensitäten. Die letztere Einheit unterscheidet sich aber von der ersteren (nach mechanischen Begriffen festgestellten) dadurch, dass die *Geschwindigkeit*, mit welcher die Elektricität im Leiter strömt, statt nach absolutem Maafse, in Theilen einer in der Natur als constant gegebenen Geschwindigkeit (welche nach absolutem Maafse $= 155370 \cdot 10^6 \cdot \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}}$ gefunden worden) ausgedrückt wird. Die letztere Einheit ist daher $155370 \cdot 10^6$ Mal gröfser als die erstere.

§. 8.

Um nun das unter 6 angeführte allgemeine Princip aus dem unter 7 angeführten Grundgesetze zu beweisen, hat Neumann letzteres auf die in der Bahn ds sich bewegenden Elektricitäten $+ e ds$ und $- e ds$, die den galvanischen Strom mit der Intensität $i = 2\sqrt{2} \frac{e}{c} \frac{ds}{dt}$ und der Intensitätsänderung $\frac{di}{dt} = 2\sqrt{2} \frac{e}{c} \frac{d^2s}{dt^2}$ bilden, und auf die in der Leitung ds' befindlichen ruhenden oder bewegten Elektricitäten $+ e' ds'$ und $- e' ds'$ angewendet und daraus für die elektromotorische Kraft, welche die positive Elektricität $+ e'$ und die negative $- e'$ von einander zu scheiden und zwar erstere in der Richtung des Elements ds die andere in der gerade entgegengesetzten zu bewegen strebt, folgenden analytischen Ausdruck abgeleitet:

$$8 \frac{ee'}{cc} dt \frac{ds ds'}{rr} \left\{ \begin{array}{l} \left(2r \frac{ddr}{ds dw} - \frac{dr}{ds} \frac{dw}{dw} \right) \frac{dw}{dt} \frac{dr}{ds'} \frac{ds}{dt} \\ + \left(2r \frac{ddr}{ds dw} - \frac{dr}{ds} \frac{dw}{dw'} \right) \frac{dw'}{dt} \frac{dr}{ds'} \frac{ds}{dt} \\ + \left(r \frac{dr}{ds} \frac{dr}{ds'} \frac{dds}{dt^2} \right) \end{array} \right.$$

Für die Fälle, in welchen die einzelnen Theile des inducenden Stromes entweder nur eine Aenderung der Intensität i oder des Ortes seines Trägers s oder die Theile des Leiters s' eine Orts- und Gestaltsänderung erleiden, ist von jenem allgemeinen Ausdruck für die Elementarinduction das dreifache Integral nach ds , ds' und dt auf ein zweifaches ds und ds' zurückgeführt und also für diese Fälle das allgemeine Prinzip aus dem Grundgesetz bewiesen. Doch fehlte es noch an einem allgemeinen Beweise, welcher die hierunter nicht begriffenen Fälle mit umfasste.

§. 9.

Der vollständige Beweis des Neumann'schen Princips (6) aus dem Weber'schen Grundgesetze (7) bildete den Gegenstand einer im Jahre 1856 von der Göttinger philosophischen Facultät gestellten Preisaufgabe, welche durch die unter obigem Titel erschienene Abhandlung gelöst worden ist. Diese Lösung besteht aber im Wesentlichen darin, dass der aus dem Grundgesetze für die elementare elektromotorische Kraft abgeleitete Ausdruck (8) nach Weglassen des Factors $dt ds ds'$ und nach Einführung der Größen

$$8 \frac{ee'}{cc} \left(\frac{dr}{dw} \frac{dw}{dt} \frac{ds}{dt} + \frac{dr}{dw'} \frac{dw'}{dt} \frac{ds}{dt} \right) = u$$

$$8 \frac{ee'}{cc} \frac{1}{r} \frac{d(r dr)}{ds ds'} = -8 \frac{ee'}{cc} \frac{1}{r} \cos(ds \cdot ds') = p$$

$$8 \frac{ee'}{cc} r \frac{ddr}{dt^2} = q$$

in die Form

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(p \frac{ds}{dt} \right) - \frac{dd}{ds ds'} (q + u) - \frac{d}{ds} \left(p \frac{ds^2}{dt^2} - \frac{u}{r} \frac{dr}{ds'} \right) \\ - \frac{d}{ds'} \left(p \frac{ds}{dt} \frac{ds'}{dt} + \frac{u}{r} \frac{dr}{ds} \right) \end{aligned}$$

gebracht wird¹⁾). Diese besitzt gegen die obige den Vorzug, dass derjenige Theil von welchem das Potential abhangt als Derivirte nach der Zeit auftritt, und alle ubrigen Theile als Derivirte nach den Curvenelementen erscheinen, so dass für jedes Glied wenigstens eine Integration allgemein ausgeführt werden kann.

Den Integralwerth der während der Zeit von t_1 bis t_2 von dem ganzen Strome $i s$ auf den geschlossenen Leiter s' ausgeübten elektromotorischen Kraft erhält man aus dieser Formel durch Multiplication mit $ds ds' dt$ und darnach ausgeführter dreifacher Integration. Nur das erste Glied, die Derivirte nach der Zeit, ergiebt einen im Allgemeinen von Null verschiedenen Werth, da die übrigen Glieder Derivirte nach den Curvenelementen sind, deren Integrale ausgedehnt über die ganzen geschlossenen Curven verschwinden. Bezeichnet man mit P_i den Werth des Integrals

$$-\int \frac{1}{r} \cos(ds \cdot ds') i ds ds'$$

für die zur Zeit t_1 stattfindende gegenseitige Lage der Curven s und s' und die gleichzeitige Intensität i , und mit P_{i_2} den entsprechenden Werth für die Zeit t_2 und setzt

$$\epsilon = 2\sqrt{2} \frac{e'}{c},$$

so ergiebt sich der genannte Integralwerth der elektromotorischen Kraft gleich

$$\epsilon P_i - \epsilon P_{i_2}$$

Dieser Ausdruck enthält das oben unter 6 angeführte Neu-

- 1) Der aus dem Neumann'schen Inductionsge setzen abgeleitete Ausdruck(4) für die durch Ortsveränderungen hervorgebrachte elementare Induction wird nach einer ähnlichen Umformung zu:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(p \frac{ds}{dt} \right) - \frac{ddu}{ds ds'} - \frac{d}{ds} \left(p \frac{ds^2}{dt^2} + \frac{u}{r} \frac{dr}{ds} \right) \\ - \frac{d}{ds'} \left(p \frac{ds}{dt} \frac{ds'}{dt} + \frac{u}{r} \frac{dr}{ds} \right), \end{aligned}$$

wenn man die Constanten i , ϵ auf die oben angegebene Weise durch $\frac{ds}{dt}$, e , e' , c ersetzt.

mann'sche Princip der mathematischen Theorie inducirter elektrischer Ströme.

§. 10.

Aus diesem Lehrsätze leuchtet die Wichtigkeit ein, welche die darin auftretende von Neumann zuerst in die Elektrodynamik eingeführte *Potentialfunction* besitzt. Sie gewährt der Analysis, die diesen Zweig der mathematischen Physik zum Gegenstand hat, eine grösere Durchsichtigkeit, als ohne die Benutzung dieser Function erreichbar ist. Um die Wichtigkeit dieser *Potentialfunction* noch mehr ins Licht zu stellen, ist nun ferner in vorliegender Abhandlung noch gezeigt worden, wie sich dieselbe *Potentialfunction* benutzen lasse, um auch die übrigen von Ampère schon früher aufgestellten, so wie die hieraus wieder von Neumann abgeleiteten elektrodynamischen Gesetze unmittelbar aus dem Weber'schen Grundgesetze (7) zu beweisen.

§. 11.

Zunächst ist der von Ampère aufgestellte Ausdruck für die von zwei Stromelementen $i ds$ und $i' ds'$ mit constanten oder veränderlichen Intensitäten auf ihre Träger gegenseitig ausgeübten Abstößungskraft:

$$-\frac{i i'}{rr} ds \, ds' (2 \cos \varepsilon - 3 \cos \theta \cos \theta')$$

hergeleitet. Als Maas der Intensität liegt hierbei die von den magnetischen Wirkungen entnommene Krafteinheit zu Grunde. Es bedeutet ε den von den Richtungen der Elemente ds und ds' , eingeschlossenen Winkel, θ und θ' diejenigen Winkel, welche die von einem Punkte in ds nach einem Punkte in ds' in positiver Richtung genommene Gerade r mit den Stromelementen ds und ds' bildet.

§. 12.

Für eben dieselbe Kraft ist dann der Ausdruck

$$-i ds i' ds' \left(r \frac{dd}{ds ds'} \frac{1}{r} - \frac{1}{rr} \frac{d(r dr)}{ds ds'} \right)$$

aufgestellt, der sich besonders zur Grundlage der weiteren Untersuchungen eignet. Nennt man x' die eine der rechtwinkeligen Coordinaten eines in ds' befindlichen Punktes, so erhält man durch Multiplication jenes Ausdrucks in $\frac{dr}{dx}$ für die zur x' Axe parallele Componente der Kraft mit welcher das Stromelement $i ds$ auf $i' ds'$ wirkt, die Formel

$$- i ds i' ds' \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{r} \frac{r dr}{dx'} \right) - \frac{d}{ds'} \left(\frac{1}{r} \frac{d(r dr)}{ds dx'} \right) + \frac{d}{dx'} \left(\frac{1}{r} \frac{d(r dr)}{ds ds'} \right) \right].$$

Diese Formel gibt aber auch das Maas des Drehungsmoments derselben Kraft in Bezug auf irgend eine Axe als Drehungsaxe, wenn man x' den Winkel bedeuten lässt, welcher der Drehungsaxe zugehört.

§. 13.

Ampère gibt in seinem *Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques*¹⁾ als Maas der zur x Axe parallelen Componente der von dem Gesamtstrom is auf $i' ds'$ ausgeübten elektrodynamischen Kraft

$$- i i' ds' \left(\cos \mu \int \frac{xdy - ydx}{r^3} - \cos \nu \int \frac{zdx - xdz}{r^3} \right),$$

wobei vorausgesetzt ist, dass sich ein Punkt von ds' im Anfangspunkte der Coordinaten befindet. Es bezeichnen μ und ν die Winkel, welche ds' mit der y und z Axe bildet, x, y, z die rechtwinkeligen Coordinaten eines Punktes in ds , die Elemente dx, dy, dz die Projectionen von ds auf die entsprechenden Axen. Durch Integration nach ds wird dieser besonders für numerische Berechnungen geeignete Ausdruck aus dem vorhergehenden (12) erhalten.

§. 14.

Jener Ausdruck (12) für die Componente dient auch zum Beweise von Neumann's Satz²⁾, dass die gesammte

1) *Mémoires de l'Academie des sciences de l'Institut de France Année 1823, p. 214.*

2) Anmerkung zur Abhandlung über ein allgemeines Princip. Abhandl. der Berl. Akademie 1847.

zwischen $i s$ und $i s'$ wirkende elektrodynamische Kraft als Maas der Componente in irgend einer Richtung die nach dieser Richtung genommene Derivirte des negativen Werthes des Potentials

$$-\int \frac{1}{r} \cos(ds.ds') i ds.i ds'$$

hat. Auf ähnliche Art ergiebt sich das Drehungsmoment dieser Kraft gleich der negativen Derivirten des Potentials nach dem Winkel, welcher der Rotationsaxe des Drehungsmomentes entspricht.

§. 15.

Um die Lehrsätze, die die Wechselwirkungen zwischen Magneten und galvanischen Strömen betreffen, zu beweisen, sind in der Abhandlung einige geometrische Hülfsätze gebraucht, von welchen hier nur die angeführt werden sollen, die zur Erläuterung der Lehrsätze selbst beitragen.

Es bezeichnen λ und λ' zwei stetig gekrümmte Flächen, die resp. von den beiden in sich geschlossenen Curven s und s' ganz begränzt werden und die keinen Punkt gemeinschaftlich haben. Es seyen $d\lambda$, $d\lambda'$ Elemente der Flächen, ξ, η, ζ , ξ', η', ζ' rechtwinkelige Coordinaten zweier Punkte, die resp. in der Nähe von den Elementen $d\lambda$ und $d\lambda'$ liegen. Von diesen Flächentheilchen werden nach einer bestimmten Seite Normalen errichtet und deren unendlich kleinen Abschnitte, die den Flächen zunächst liegen, gleich dN und dN' gesetzt. Diese Seite der Fläche, nach welcher die Normalen gerichtet sind, heifse die positive Seite; sie läfst sich auf folgende Art bestimmen. Denkt man sich z. B. die Fläche λ auf das von dem Aequatorkreise begränzte Stück Ebene in der Weise ausgebreitet, daß die Elemente ds der Curve s , die ganz in die Kreislinie fällt, positiv von West nach Ost gerichtet sind, so ist die nach Norden zugewandte Seite der Fläche die positive, die nach Süden die negative. Bezeichnet ϱ den Abstand des Punktes (ξ, η, ζ) von (ξ, λ, ζ) , so gelten für ϱ die Differentialgleichungen

$$\frac{dd\frac{1}{\varrho}}{d\xi^2} + \frac{dd\frac{1}{\varrho}}{d\eta^2} + \frac{dd\frac{1}{\varrho}}{d\zeta^2} = 0$$

$$\frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\xi} = - \frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\xi}$$

$$\frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\eta} = - \frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\eta}$$

$$\frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\zeta} = - \frac{d\frac{1}{\varrho}}{d\zeta}$$

und deshalb ist

$$\int \frac{dd\frac{1}{\varrho}}{dN dN'} d\lambda d\lambda' = - \int \frac{1}{r} \cos(ds ds') ds ds',$$

worin das doppelte Flächenintegral über die ganzen λ und λ' und das doppelte Curvenintegral über die ganzen geschlossenen Curven s und s' auszudehnen sind.

Nach dem anderen Hülffssatze ergiebt sich für den körperlichen Winkel, der von den aus einem Punkte o an die Punkte einer Curve s gezogenen Geraden gebildet wird, das Maafs, welches als das von dem genannten Kegel aus der Kugel mit dem Radius 1 und dem Punkte o als Mittelpunkt abgetrennten Flächenstück definirt ist, gleich

$$\star \frac{d\frac{1}{\varrho}}{dN}.$$

§. 16.

Die beiden hier noch zu erwähnenden Lehrsätze hat schon Ampère aufgestellt; der eine betrifft ein Solenoid. Mit diesem Namen belegt Ampère ein System von unendlich kleinen geschlossenen Curven s , die gleich grosse ebene Flächen L begrenzen, und die so angeordnet sind, dass es eine stetige Linie g giebt, welche mit jeder Fläche L einen Punkt gemeinschaftlich hat, an dieser Stelle mit der positiven Normale N dieser Fläche gleich gerichtet ist und durch

je zwei benachbarte Flächen L in gleich lange aber unendlich kurze Abschnitte G getheilt wird. Dasjenige Ende des Solenoids, bei dem die Linie g anfängt, also die negative Seite der ersten Fläche L nach außen gekehrt ist, heißt das negative Ende, das andere, bei dem g aufhört und die letzte Fläche L ihre positive Seite nach außen kehrt, das positive Ende. Ein elektrodynamisches Solenoid ist ein Solenoid, dessen einzelne Curven von galvanischen Strömen mit gleichen Intensitäten i durchlaufen werden und zwar in derselben Richtung, in welcher die Curvenelemente ds positiv angenommen waren.

Der eine Lehrsatz lautet: die von dem Strome $i's'$ auf das mit dem negativen Ende sich ins Unendliche erstreckende elektrodynamische Solenoid ausgeübte Kraft ist gleich derjenigen, mit welcher derselbe Strom $i's'$ auf ein an der Stelle des positiven Endes des Solenoids befindliches nordmagnetisches Theilchen $\mu = \frac{iL}{G}$ wirken würde. Nach Gauß »Allgemeiner Theorie des Erdmagnetismus Art. 37 und 38« ist das Potential dieser Kräfte das Product von $\mu i'$ in den körperlichen Winkel, dessen Spitze in einem Punkte des magnetischen Theilchens liegt, und der von den aus diesem Punkte an die Punkte der Curve s' gezogenen Geraden gebildet wird.

Der andere Lehrsatz sagt aus, dass die Wechselwirkung zwischen zwei galvanischen Strömen is und $i's'$ gleich ist der Wechselwirkung zwischen den beiden von den Curven ss' begrenzten und auf solche Weise mit magnetischem Fluidum belegten Flächen λ und λ' , dass sich auf den positiven Seiten oder Flächen eine dünne Schicht nordnagnetisches Fluidum und auf der negativen eine Schicht südmagnetisches Fluidum befindet, welche beide zusammen den Elementen $d\lambda$ und $d\lambda'$ resp. die magnetischen Momente $\mu d\lambda = id\lambda$ und $\mu' d\lambda' = i'd\lambda'$ ertheilen. Der Beweis stützt sich auf die durch den ersten Hülffssatz (15) gegebene Gleichung.

$$-\int \frac{1}{r} \cos(ds, ds') i ds i' ds' = \int \frac{dd\frac{1}{r}}{dN dN'} \mu d\lambda \mu' d\lambda',$$

deren erstes Glied das Potential des einen Stromes *is* in Bezug auf den anderen *i's* und dessen zweites Glied das Potential der beiden magnetischen Flächen $\mu\lambda$ und $\mu'\lambda'$ in Bezug auf einander bedeutet. Aus demselben Hülffssatz folgt auch, dass das Potential von einem Magnet in Bezug auf einem galvanischen Strom *is*, von welchem unter anderen auch die Fläche λ begrenzt wird, gleich

$$\int \frac{dV}{dN} i d\lambda$$

ist, wenn *V* das Potential des Magnets in Bezug auf einen in $d\lambda$ befindlichen Punkt bedeutet.

IV. Ueber Bewegung und Beschaffenheit der Atome; von R. Hoppe.

Da die Aufgabe, die bestimmte Bewegung darzustellen, auf welcher die Wärme beruht, im Großen und Ganzen noch nicht gelöst worden ist, so sind wir auf den langsameren Weg allmählicher Annäherung angewiesen, die offenbar von sehr verschiedenen Seiten aus begonnen werden kann. Eine Hauptschwierigkeit liegt gegenwärtig darin, dass das Bereich der möglichen Hypothesen sehr groß, was wir hingegen an Motiven zur Entscheidung haben, äußerst gering ist. Der Übergang von der physikalischen zur mechanischen Betrachtung der Wärme geschah nämlich durch das Prinzip der lebendigen Kräfte, das bekanntlich von der Art der Bewegung unabhängige Resultate liefert, so dass man in deren Uebereinstimmung mit der Erfahrung noch keine Bestätigung der speciellen Annahmen sehen darf.

Um dieser Schwierigkeit willen scheint mir eine vorausgehende Orientirung im Bereich der Annahmen zur För-

derung des Problems wesentlich beizutragen. Eine Beurtheilung einiger für die mechanische Wärmetheorie aufgestellten Hypothesen wird es rechtfertigen, wenn ich die allgemeinen Erfordernisse einer Mechanik der Atome zum besonderen Gegenstand einer Besprechung mache. Ich nenne zuerst Krönig's »Grundzüge einer Theorie der Gase«, eine Abhandlung in dies. Ann. Bd. 99, S. 315, welche von vielen Seiten Beistimmung, jedoch, so viel mir bekannt ist, noch keine eingehende Kritik erfahren hat. Krönig nimmt an, dass die Atome der Gase sich wie elastische Kugeln verhalten, die so lange sie sich nicht berühren, keinerlei Wirkung auf einander üben. Durch ihre Bewegung wird die Wärme, durch ihr Anschlagen an die das Gas einschliessenden Wände die Expansionskraft erklärt.

Zunächst dürfen wir die Ungewissheit darüber nicht bestehen lassen, an welche Geschwindigkeit man bei der Bewegung zu denken hat. Sie wird mit der Geschwindigkeit der Diffusion der Gase auf gleiche Linie gestellt, was auf irriger Vorstellung zu beruhen scheint. Wir wollen zu diesem Ende die mittlere Geschwindigkeit der Atome einer Masseneinheit Luft von 0° C. unter einem Atmosphärendruck aus der lebendigen Kraft bestimmen, welche nach bekannten Gesetze der darin enthaltenen Wärmemenge entspricht, d. i. derjenigen, welche erfordert wird, um bei constantem Volum die Temperatur derselben Masse von -273° auf 0° zu bringen. Man kann sich hiezu, um jede Verwandlung von Bewegung in Spannung auszuschliessen, solche Atome ausgewählt denken, welche zu irgend einer Zeit in keiner Berührung sind. Bezeichnet a einen Atmosphärendruck, d die Dichtigkeit der Luft im genannten Zustande, c, c' die Capacitäten bei constantem Druck und Volum, so ist die lebendige Kraft oder das halbe Quadrat der mittleren Geschwindigkeit

$$= \frac{a}{d\left(\frac{c}{c'} - 1\right)}$$

Meter, Kilogramm und Sekunde zu Einheiten genommen, hat man folgende Werthe

$$a = 10330 \text{ g}; \quad g = 9,8127$$

$$d = 1,299; \quad \frac{c}{e} = 1,421$$

woraus eine Geschwindigkeit = 609 hervorgeht, die nach Krönig's Hypothese alle Atome durchschnittlich haben müsten.

Um dies Ergebniss mit der Erfahrung zu vergleichen, wollen wir zuerst die Bewegung als nicht gehemmt durch Zusammenstoßen von Atomen betrachten. Es sey ein halbkugelförmiges Gefäß von 2 Decimeter Umfang, die Oeffnung nach unten gekehrt, mit Wasserstoff gefüllt, unten geschlossen, dann eine Sekunde lang geöffnet, und wieder geschlossen. Da der grösste Weg, den ein Atom innerhalb zurücklegen kann, 1 Decim. beträgt, so hätte man der Berechnung zu folge zu erwarten, dass nach $\frac{1}{600}$ Sekunde aller Wasserstoff entwichen wäre. Man würde jedoch finden, dass nach einer vollen Sekunde noch mehr als die Hälfte zurückgeblieben ist.

Soll nun ferner diese Abweichung durch Zusammenstoßen der Wasserstoffatome mit den Luftpäten erklärt seyn, so muß man annehmen, dass mehr als die Hälfte der ersten auf dem kurzen Wege 6000mal zurückgeworfen wird. Kurz man muß den Atomen Bahnen zuschreiben, die, wenn sie auch eine Menge kleiner gerader Linien enthalten sollten, wenigstens mit Krönig's Ausdruck »geradlinig« nicht passend bezeichnet sind. Nur eine Oscillation auf unmessbar kleinem Raume kann in der That die Bewegung seyn, welche die Wärme ausmacht. Dies Ergebniss ändert sich nicht im mindesten, wenn ein Theil des Gases etwas schneller fortschreitet. Denn rückte ein Atom auch 6 Meter in der Sekunde fort — eine Geschwindigkeit die Krönig dem Schwefelwassersstoff sicher nicht zuzuschreiben denkt, indem er darauf hinweist, in wie kurzer Zeit sich eine geringe Menge davon in einem grossen Zimmer verbreitet — so enthielte diese Bewegung erst den 10000sten Theil der lebendigen Kraft des Atomes, und könnte bei der Theorie gar nicht in Rechnung gebracht werden.

Aufserdem giebt es aber eine Menge jedermann zugänglicher Beobachtungen, welche der Annahme entgegenstehen, daß die Luftatome in schneller und weitgehender Bewegung begriffen seyen, wenn diese nicht durch besondere Ursachen: Bewegung fester Körper, ungleiche Dichtigkeit u. s. w. hervorgebracht wird. Dahin gehört z. B. die Langsamkeit der Wärmeleitung in der Luft, wenn sie von oben nach unten fortschreitet. Bei obiger Annahme wäre eine locale Temperatur in einem Gase überhaupt undenkbar, außer bei sehr großen Höhenunterschieden.

Um das Ergebnis bestimmter auszusprechen, so enthält es folgende zwei Sätze:

1) Wenn die Wärmemenge eines Gases die lebendige Kraft seiner Atome ist, so kann die Bewegung, welche diese lebendige Kraft enthält, nur in unmefbar kleiner Ausdehnung stattfinden, und sich nur durch deren Kleinheit der Beobachtung entziehen.

2) Die Atome eines Gases unter Atmosphärendruck stehen nicht so weit von einander ab, oder ihre Wirkungssphären sind im Verhältnis zu ihrem Abstande nicht so klein, daß sie auf mafbare Strecken ungehindert aneinander vorbeigehen könnten.

Diese zwei Sätze widerlegen Krönig's Hypothese dem Wortlauten nach zwar nicht, insofern dieselbe ganz unbestimmt läßt, wie oft die Atome aneinanderstoßen, und wie weit die geradlinige Bewegung sich erstrecken soll. Allein da die gesammte Durchführung derselben sich an die Vorstellung einer sehr ausgedehnten Atombewegung anschließt, und die Theorie in diesem Sinne allerwärts verstanden zu werden scheint, so war es nicht überflüssig, das Irrige der Vorstellung nachzuweisen.

Betrachtet man Krönig's Annahme, wie sie sich jetzt gestaltet, so besteht das Unterscheidende, der Vibrationshypothese gegenüber, nur darin, daß jedes Atom gewisse Strecken im indifferenten Zustande durchläuft, welcher in beliebigen, unregelmäßigen Intervallen durch Zustände der Spannung unterbrochen wird; während bei der Vibration

die Spannung beständig ab- und zunehmend, das Gleichgewicht momentan ist. Handelt es sich nun um die Motive für eine Wahl zwischen beiden Hypothesen, so möchten wohl Viele geneigt seyn, für die Krönig'sche den Erfolg anzuführen, welchen dieselbe in der Erklärung der Expansionsgesetze gezeigt haben. Hierauf lässt sich aber zweierlei entgegnen.

So sinnreich auch die Methode ist, nach welcher Krönig die Deduction des Expansionsgesetzes durch eine so einfache Rechnung möglich macht, so beruht doch das Ergebniss auf etwas anderem als auf seiner Hypothese. Das selbe lässt sich nämlich, wie alle auf das Princip der lebendigen Kräfte gegründeten Resultate, aus beliebig vielen Annahmen ableiten. Ist z. B. die Abstossung zweier gegen einander bewegten Atome irgend einer negativen Potenz ihres Abstandes proportional, so gebrauchen sie zum Austausch ihrer Bewegungen nahezu dieselbe Zeit, die sie zum Austausch ihrer Orte gebraucht haben würden, wenn sie aus größerer Entfernung mit unveränderter Geschwindigkeit fortgegangen wären. Es bedarf demnach nur derselben Wahrscheinlichkeitsschlüsse, um in Bezug auf die Wirkung vieler bewegter Atome auf die sie einschließenden Wände dieselben Resultate zu finden wie Krönig.

Stehen in Hinsicht auf diesen Punkt beide Hypothesen gleich, so giebt es einen zweiten, der sehr zum Nachtheil der einen spricht. Bei einem andauernd indifferenten Verhalten der Atome sind nämlich die Phänomene nicht mehr von den Eigenschaften der Atome und äusseren Einflüssen allein, sondern auch von den völlig unkontrollirten Wegen der einzelnen Atome abhängig, welche sich nur einer Wahrscheinlichkeitsrechnung unterwerfen lassen. Die Hypothese der geradlinigen Bewegung ist demnach nur im Stande, solche summarische Resultate zu liefern, auf welche die Verschiedenheit der Bewegung keinen Einfluss übt, und setzt hiermit dem Fortschritt der Wissenschaft eine unübersteigliche Gränze. Krönig selbst sagt, dass ein genaues Zutreffen der Resultate nicht zu erwarten sey. Wo ist aber die Mög-

lichkeit, die Abweichungen quantitativ zu bestimmen, wenn der Zufall im Innern einwirkt?

Anders verhält es sich, wenn kein Atom seinen Ort verlassen kann, ohne dadurch Spannungen zu erregen oder zu vermindern. Allerdings kann auch hier ein Zufall thätig seyn; allein dessen Einfluss wird durch die dauernde Wirkung der Kräfte mit der Zeit überwunden, und es stellt sich eine den letztern angemessene regelmäßige Bewegung her, wie bei einer Saite, die an einer beliebigen Stelle angeschlagen worden ist, eine Bewegung, die vielleicht der Berechnung grosse Schwierigkeiten bietet, der aber wenigstens die Bedingungen zur Lösung nicht fehlen. Dies ist der Grund, warum die Vibrationshypothese die fortwährende Wirkung der Atome auf einander zur Voraussetzung macht. Es hieße an der befriedigenden Lösung des Problems verzweifeln, wenn man von dieser Voraussetzung abgehen wollte, und dazu kann uns für jetzt keine einzige Thatsache veranlassen.

Was Clausius in seiner Abhandlung: »Ueber die Art der Bewegung, welche wir Wärme nennen« (Bd. 100, S.353) zu Krönig's Darstellung hinzugefügt hat, berührt die hier angeregten Punkte in keiner Weise. Er bestimmt die Geschwindigkeit der Atome einerseits aus der lebendigen Kraft, anderseits unter der Annahme geradliniger Bewegung aus der Spannung; und da letztere nicht den vollen Werth der ersten ergibt, so wird der Ueberschuss an lebendiger Kraft durch zwei andere Arten von Bewegung erklärt: Rotation und innere Bewegung der Moleküle. Die Frage aber, wie eine Geschwindigkeit von etwa 400 Meter (so viel kommt nämlich noch immer auf fortschreitende Bewegung) mit der Erfahrung in Einklang zu bringen sey, bleibt auch hier unerörtert.

Dass zwischen den Geschwindigkeiten der zwei Arten von Bewegung ein constantes Verhältniss bestehe, wie es die Formel verlangt, findet Clausius in der Natur der Sache begründet, da sich allmählich ein gleichmässiger Zustand herstellen müfste. Was aber im angenommenen Falle,

wo jedes regulirende Element fehlt, wo je nach dem verschiedenen Zusammentreffen zweier Atome schnelle Rotation ebenso plötzlich erzeugt als aufgehoben werden kann, je eine Ausgleichung herbeiführen soll, habe ich nicht eingesehen. Nach Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung ist die durchschnittliche Abweichung des Anteils an lebendiger Kraft, welche den verschiedenen Bewegungsarten zu kommt, allerdings verschwindend klein, so groß auch immer die mögliche Abweichung seyn mag. Nur eine wirkliche physische Ausgleichung, wie sie Clausius behauptet, eine allmäßliche Annäherung an einen Beharrungszustand, wird nicht stattfinden, wenn die Wege der Moleküle von einander unabhängig sind.

Ein Versuch ganz entgegengesetzter Art ist Redtenbacher's »Dynamidensystem«, eine Schrift, deren Gegenstand und Zweck wenigstens zum Theil mit dem hier besprochenen zusammenfällt, indem sie sämtliche Untersuchungen der Molecularmechanik umfassen, und den gegenwärtigen Stand der Wissenschaft in dieser Beziehung darlegen soll. Redtenbacher nimmt, indem er hauptsächlich Cauchy's Untersuchungen folgt, an, daß jedes Körperatom von einer Menge Aetheratome eingehüllt sey, welche einander abstossen, während erstere dieselben und einander anziehen. Die Wärme ist, wie er vermutet, aber nicht nachweist, die lebendige Kraft, welche der radialem Composante der Bewegung der Aetheratome in Bezug auf das eingeschlossene Körperatom zukommt. Die Berechnung stellt nur die nächsten Folgen seiner Annahmen dar, deren Gewährleistung weniger in Resultaten als in ihrer allgemeinen Fassung gesucht wird, und ist noch nicht einmal soweit fortgeführt, daß sie mit der empirischen Wärmetheorie in Verbindung gesetzt werden könnte. Statt dessen wird das Mariotte'sche Gesetz mit den Formeln verglichen, welche einem ruhenden Gleichgewicht der zwei Atomsysteme, also dem wärmelessen Zustand der Gase entsprechen. Ich erwähne diesen einen Misgriff bloß darum, weil Eisenlohr (Kritische Zeitschr. für Chemie, Phys. und Math. Bd. I, S. 56) daraus

einen gegen das Princip gerichteten Vorwurf macht, der Redtenbacher nicht allein treffen würde. Eisenlohr nennt es eine einfache Thatsache der Erfahrung, dass eine Luftmasse aus der Ferne ohne unmittelbare Berührungen keinen merkbaren Einfluss auf eine andere auszuüben im Stande sey. An welcher Art Bestätigung hier zu denken sey, mag dahingestellt bleiben. Er folgert daraus weiter, und mit ihm thun es Viele, dass eine Abstossung der Luftatome überhaupt der Erfahrung widerspreche, indem er hinzufügt: es sey in der That nicht möglich, die Elasticität der Gase anders zu erklären, als Krönig u. a. es gethan. Der Schluss ist offenbar nicht richtig, weil er von einem Zustand auf den andern, ganz verschiedenen, gezogen wird. Die fragliche Thatsache setzt die Trennung der Luftmassen durch Wände, mithin einen Abstand der nächsten Atome voraus, gegen welchen die Entfernung benachbarter Atome bei freier Communication verschwindend klein ist. Die Function, welche die Abstossung ausdrückt, kann für grössere Werthe des Abstandes schon negativ geworden seyn, während sie für viel kleinere dem Abstande nahezu umgekehrt proportional war. Hätte Eisenlohr seine Behauptung dahin beschränkt, dass der Grad der Spannung im gewöhnlichen Zustande der Gase nicht aus der blofsen Abstossung zu erklären sey, so fehlte es nicht an Bestätigung; doch traf alsdann der Vorwurf bei Redtenbacher nicht zu, da dieser der Bewegung dieselbe Wirkung auf die Spannung zuschreibt wie Krönig.

Redtenbacher schickt seinem Werke eine Geschichte der Hypothesen über die physikalische Natur der Substanzen voraus. Nach meiner Meinung kann das Gesamtgebiet derselben gegenwärtig schon auf eine andre als die historische Darstellungsweise, welche jede Hypothese nur ihrem Urheber zuordnet, und als zeitweilige Stütze von dessen Ansichten betrachtet, Anspruch machen. Bisher hat die Physik mit Recht eine grosse Zurückhaltung gegen Hypothesen beobachtet, und allen Fleifs darauf verwandt, den Einfluss der inneren Beschaffenheit der Materie zu eliminiren. Sie hat

dadurch ihre Festigkeit bewahrt, und doch einen reichen Gewinn an Gesetzen, die von keinen gewagten Speculationen abhängen, geerndtet. Die offen gebliebenen Fragen, welche nicht ebenso unabhängig zur Erledigung gebracht werden konnten, sind dadurch um so schärfer gezeichnet worden. Die Sachlage hat sich in neuster Zeit insoweit geändert, als die untastbaren Theile der Materie nicht mehr blofs als Mittel zur Erklärung dienen, sondern für sich physikalisches Element, Gegenstand der Untersuchung geworden sind: die Frage nach der Beschaffenheit der Atome hat ihren Zweck für sich. Wollen wir uns aber von diesem Untersuchungsgebiete nicht mehr fern halten, so dürfen wir es auch nicht als ein Feld betrachten, auf dem allerlei willkürliche Vorstellungen Platz fänden, sondern als eins, das etwas mehr kritische Sichtung verlangt, als vorher nöthig war. In diesem Sinne soll das Folgende einige Punkte zur Besprechung bringen, welche mir eine solche zu erfordern scheinen. Ich betrachte dabei die Grundlagen der Mechanik als unverletzlich.

Der erste Punkt betrifft die Frage, warum man gewöhnlich den Atomen räumliche Ausdehnung zuschreibt, ohne doch deren Einfluss in der Rechnung irgend zu berücksichtigen. Da dies Verfahren von Manchen als eine Sache der Willkür, von Andern als eine Nothwendigkeit angesehen zu werden scheint, so finde ich Grund genug, den Schleier wegzuziehen, den man so gern darüber duldet. Der Begriff der Materie kann in der Theorie der Atome kein anderer seyn als in der Mechanik, da in jener alle nicht mechanischen Elemente auf rein mechanische zurückgeführt werden sollen. In der Mechanik tritt die Materie nur in zwei Beziehungen auf; sie hat Masse und Kräfte. Die Masse, als die Fähigkeit im ruhigen oder bewegten Seyn zu verharren, ist eine blofse Quantität, bestimmt durch die erforderliche Kraft, welche Bewegung in ihr erzeugt und verändert, und hat außerdem als Merkmal nur einen Ort im Raume. Die Kraft, als die Fähigkeit einer Materie, anziehend oder abstosend die Bewegung einer zweiten zu verändern, ist

eine Quantität und hat Bezug auf zwei Orte, einen von dem aus, und einen auf den sie wirkt. In keiner dieser Beziehungen ist räumliche Ausdehnung enthalten. Im Gegentheil ist es nur möglich, die genannten Begriffe in der erforderlichen Schärfe und Einfachheit zu fassen, wenn man die Orte als Punkte denkt. Der Begriff in Bezug auf räumlich ausgedehnte Orte lässt sich erst aus diesem einfachen ableiten.

Es beruht auf einem Irrthum, wenn man die Sperrbarkeit der Materie als Beweis für ihre räumliche Ausdehnung anführt. Keine Masse kann durch sich selbst einer andern hindernd in den Weg treten, sondern nur durch abstossende Kräfte; und diese sind allein fähig die Durchdringung zweier Massen zu verhindern; die Raumfüllung trägt nichts dazu bei.

Eine Masse ohne Ausdehnung ist demnach kein Widerspruch; im Gegentheil ist das Wesen der Masse ohne Ausdehnung leichter zu begreifen als mit Ausdehnung. Da indes die Möglichkeit einer in einem Raume stetig vertheilten Masse nicht bestritten werden kann, so ist es gut, auch an die Folgen einer solchen Annahme zu denken.

Wenn man Zweck und Bedeutung der Atomenlehre festhält, so kann man einen noch so kleinen Körpertheil, der noch innern Veränderungen unterworfen ist, nicht ein Atom nennen, weil die Bestimmung dieser Veränderungen eine fernere Theilung des Theils verlangt. Will man also von ausgedehnten Atomen reden, so muss man sie als absolut unveränderlich, als starr betrachten. Nun darf man aber nach Principien der Mechanik keine Berührung starrer Körper zulassen. Die Frage, wie eine Berührung verhindert werden kann, da bei continuirlicher Vertheilung der Kraft über das ganze Körperchen die Abstossung des einzelnen Punktes, welcher dem Stoß eines andern Körperchens zunächst ausgesetzt ist, absolut Null ist, würde für sich eine Schwierigkeit ausmachen, und zu unnatürlichen Annahmen hindrängen. Geradezu den mechanischen Principien widersprechend ist aber die Annahme starrer

Atome in dem Falle, in welchem Clausius ihre Möglichkeit einräumt, wo nämlich gar keine Abstossung stattfindet, und die Atome demnach häufig zusammenstoßen, ohne jedoch fähig zu seyn, ihre Bewegung auf einander zu übertragen.

Die Hypothese nicht starrer, raumerfüllender Theilchen ist keine atomistische; sie hat die Untersuchung eines Continuums zur Aufgabe, welche schon öfter und stets ohne Erfolg in Angriff genommen worden ist. Alles Mifliche, was dieselbe enthält, ist durch die Kleinheit der Theile nur einstweilen in den Hintergrund gestellt, nicht gehoben.

Wenn die räumliche Ausdehnung der Molectile sogleich in die Hypothesen aufgenommen wird, so scheinen mir folgende zwei Motive gewöhnlich zu Grunde zu liegen. Erstens will man nicht gern einen sich als möglich darstellenden Fall von der Untersuchung ausschließen; zweitens glauben Viele eine deutlichere Vorstellung von dem hypothetischen Zustande zu gewinnen, wenn sie die gewohnte Körperanschauung beibehalten.

Wollte man indefs, was den ersten Grund betrifft, auf allgemeinster Basis untersuchen, so würde die genannte Zulassung noch lange nicht hinreichen, die Allgemeinheit herzustellen. Es bleibt auch ohne Ueberschreitung der Gränzen der atomistischen Hypothese Raum genug zur Erweiterung der Basis. Ehe man diesen hinreichend erschöpft hat, ist das Uebergreifen in die Hypothese des Continuums ein ziemlich ungeordnetes und blindes Vorgehen.

Die Hülfe der Anschauung hingegen kann wohl jeder, der sie nötig hat, sich selbst verschaffen, nicht aber ebenso leicht die Klarheit und Bestimmtheit des Gedankens ersetzen, wenn sie im Ausdruck der Annahme mangelt. Die wissenschaftliche Erklärung von Phänomenen besteht nicht in einer Zurückführung auf gewohnte Vorstellungen, sondern auf einfache und unveränderliche Gesetze, und letztere sind in der Regel nicht im Kreise der erstern zu finden.

Die vorstehenden Betrachtungen mögen es rechtfertigen, dass ich im folgenden Satze keine entgegenstehenden An-

sichten als gleichberechtigt anerkenne. So lange wir die atomistische Hypothese verfolgen, müssen wir sagen: Ein Atom ist eine in einem Punkte befindliche, mit Kräften begabte Masse.

Dass Masse und Kraft in jedem Punkte stets vereinigt auftreten, ist gleichfalls eine unbedingt nothwendige Bestimmung; denn ohne Kraft würde die Masse für unsere gesammte Wahrnehmung nicht existiren; ohne Masse stände der Ort der Kraft außer aller ursächlichen Verbindung.

Es kann sich jetzt nur noch um die Quantitäten handeln. Da indefs, dem anticipirten Grundsätze aller Naturwissenschaft gemäß, die Masse nicht bloß im Ganzen, sondern bis zu den kleinsten Theilen constant ist, so ist auch die jedes Atoms unveränderlich, und kann nur für verschiedene Atome verschieden seyn. Die Intensität der Kräfte hingegen kann, auch wenn wir nur anziehende und abstoßende annehmen, manchfach variiren. Vom Einfachsten ausgehend, kann sie abhängen vom gleichzeitigen Orte des Objects; dann vom gleichzeitigen Bewegungszustande desselben; dann vom gleichzeitigen Orte und Bewegungszustande anderer Atome; dann von vorausgehenden Vorgängen und Zuständen u. s. w. Jede neue Stufe in dieser Reihe macht nicht bloß die Aufgabe schwieriger, sondern stellt auch nach ihrer Lösung eine unvollkommenere Gestaltung der Theorie in Aussicht. Indem wir uns auf den erstgenannten Fall beschränken, bestreiten wir nicht die Möglichkeit der übrigen, sondern lassen sie als wenig versprechend bei Seite.

Ist aber die Kraft nur vom momentanen Orte des Objects abhängig, so folgen nothwendig einige neue Beschränkungen. Erstens muss der Grundsatz, dass Wirkung und Gegenwirkung gleich sind, festgehalten werden. Die Anziehung oder Abstossung zweier Atome ist demnach immer gegenseitig und für beide gleich. Zweitens darf man nicht die Kraft mit ihrer Richtung variiren lassen, weil die Stellung der Axen, auf welche diese Richtung Bezug hätte, außer aller causalen Verbindung stehen würde. Deinzu-

folge ist die Kraft nur Function des Abstands der auf einander wirkenden Atome. Die Verschiedenheit der Atome beruht jetzt allein auf der Quantität ihrer Masse und auf der Function, welche die Abhängigkeit ihrer Anziehung oder Abstofung gegen andere Atome von deren Entfernung darstellt. Solcher Functionen kann ein Atom verschiedene haben, je nach der Verschiedenheit der Objecte. Zur Bestimmung der genannten Merkmale scheint mir ein Weg offen zu seyn, der, wie ich glaube, noch wenig versucht worden ist.

Der feste Aggregatzustand scheint seine besondere Gestaltung fast ausschliesslich nach Maassgabe der den Atomen innewohnenden Kräfte zu empfangen, während im tropfbaren und luftförmigen die Bewegung der Atome in höherem Grade mitwirkt. Die eigentliche und allen andern zu Grunde liegende Form fester Körper ist, wie man wohl annehmen kann, die krystallinische. In ihr finden wir vergrößert die Gestalten wieder, in denen die Atome zur Bildung der kleinsten Theile zusammentreten. Dieses hat man jedoch nicht so zu verstehen, als wenn z. B. in einem octaëdrischen Krystalle die Atome als Eckpunkte von Octaëdern gruppirt wären; denn der Raum lässt sich nicht in Octaëder zerlegen. Das Charakteristische des krystallinischen Zustandes besteht in der Spaltbarkeit nach Ebenen von bestimmter gegenseitiger Neigung. Aus dieser lässt sich zunächst schliessen, dass die Atome in Ebenen parallel den Krystallflächen gelagert sind, so dass die Trennungsfläche immer zwischen zwei nächsten Lagern hindurchgeht. Legt man nun durch einen Punkt Ebenen parallel mit sämtlichen Seiten eines Krystals, und mit jeder derselben wiederum parallele Ebenen in gleichen Abständen von einander: so wird, wenn sowohl die Neigungswinkel, als auch die Abstände gewisse Bedingungen erfüllen, der Raum in eine Menge Polyeder zerlegt, unter denen nur eine bestimmte Anzahl verschiedener Gestalten vorkommen. In jedem der congruenten Polyeder, welche alsdann so geordnet sind, dass ihre entsprechenden Punkte in Ebenen liegen, wird

eine gleiche Zahl gleicher Atome enthalten seyn, wenn die Ebenen Schnittflächen eines Krystalls darstellen sollen. Die Bedingungen, unter welchen eine solche Anordnung nur möglich ist, bestimmen zunächst, außer den möglichen Krystallformen, die Abstände entsprechender Atome relativ zu einander. Sind diese bekannt, so hat man die Kräfte als Function der Abstände dem festen Gleichgewicht gemäß zu bestimmen. So wird das an sich schwierige Problem in zwei einfachere zerlegt, deren erstes unabhängig vom zweiten gelöst werden kann, worauf das zweite nicht mehr Ort, Masse und Kraft jedes Atoms, sondern nur die zwei letztern als Unbekannte zu betrachten hat.

*V. Ueber das bei der Elektrolyse des Antimon-chlorids an der Kathode sich ausscheidende, mit auffallenden Eigenschaften begabte Metall;
von Rud. Böttger.*

Durch Hrn. G. Gore in Birmingham sind wir vor einiger Zeit ¹⁾) auf ein ganz eigenthümliches Phänomen bei der elektrochemischen Ablagerung des Antimons aus dem gewöhnlichen officinellen Chlorantimon aufmerksam gemacht worden, das, schon wegen mehrerer scheinbarer Anomalien, unter welchen es aufzutreten pflegt, wohl geeignet seyn dürfte, mehr und mehr bekannt und in ein helleres Licht gestellt zu werden. Bereits habe ich auf der letzten Versammlung der Naturforscher und Aerzte in Bonn in einer der Sectionssitzungen für Physik und Chemie mehrere diesen Gegenstand betreffende neue Beobachtungen zur Sprache gebracht, und bei dieser Gelegenheit auch versucht, das Phänomen selbst einer genaueren Analyse zu unterwerfen;

1) Man vergleiche Bd. 95, S. 173 dieser Annalen.

indeß, wenn ich auch nicht im Stande war und es zur Zeit auch noch immer nicht bin, über alle dabei beobachteten Thatsachen genügend Rechenschaft zu geben, so dürften doch vielleicht die nachfolgenden Zeilen geeignet seyn, den Gegenstand mehr und mehr zu beleuchten, sowie den einen oder andern meiner Collegen veranlassen, ihn gemeinschaftlich weiter experimentell zu verfolgen.

Das Phänomen, um welches es sich hier handelt, besteht kürzlich in Folgendem: **Gore** beobachtete, daß wenn man unter Mitanwendung einer schwach wirkenden, kleinen **Sme'e'schen** Batterie von ein oder zwei Plattenpaaren, den officinellen *Liquor stibii chlorati* zerlegt, so zwar, daß die positive Elektrode mit einem Stück *Antimon* und die negative Elektrode mit einem entsprechend großen Stück Kupferblechs verbunden wird und beide Metallstücke in der zu zerlegenden Flüssigkeit etwa 2 bis 3 Zoll einander gegenüberstehen, sich nach kürzerer oder längerer Zeit auf das Kupferblech metallisches, spiegelglänzendes Antimon ablagert, welches nach einer gewissen erlangten Dicke, aus der der Elektrolyse unterworfenen Flüssigkeit herausgezogen, beim Ritzen oder Reiben mit einer harten Substanz, desgleichen beim sanften Schlagen, *unter Erhitzung und Explosion und unter gleichzeitiger Ausstoßung eines weißen Dampfes* in viele kleinere Stücke zerspringt.

Was die Erklärung dieses sonderbaren Phänomens betrifft, so könnte man auf dem ersten Anblick versucht werden, zu glauben, es existire das Antimon in zwei verschiedenen allotropischen Zuständen, und gehe das elektrolytisch gewonnene Metall beim Ritzen oder beim schwachen Erwärmen aus dem einen in den anderen Zustand über; daß dem aber nicht so sey, daß wir es nämlich hier nicht mit einem Antimon und einem besonderen allotropischen Zustande zu thun haben, davon werden wir uns, wie ich hoffe, bald überzeugen, nachdem ich zuvor erst in der Kürze das von mir befolgte Verfahren der Gewinnung des die erwähnte auffallende Erscheinung zeigenden Antimons werde näher beschrieben haben.

Ein beim Ritzen augenblicklich unter starker Erhitzung zerplatzendes oder in Stücke zerstäubendes Antimon gewinnt man sehr leicht, wenn man sich zur Zerlegung des officiellen Chlorantimons von 1,350 spec. Gew. einer *schwach* und *möglichst constant wirkenden Batterie irgend einer Art*, aus etwa zwei oder drei Plattenpaaren bestehend, bedient. Zu meinem Versuche dienten meist *drei* 6 Zoll hohe und 4 Zoll weite, mit 5 Procent Schwefelsäure haltigem Wasser gefüllte *Kupferbecher*, in welche entsprechend grosse, mit Kochsalzlösung gefüllte Thonzellen, zur Aufnahme von nicht amalgamirten Zinkblöcken, gestellt wurden. Das Gefäß, in dem die Zersetzung des Chorantimons vor sich ging, bestand aus einem weiten Becherglase mit parallelen, senkrechten Wänden. Um gleich eine grössere Anzahl von Exemplaren explodirender Metallstücke zu erzielen, verband ich stets 6 bis 8 unter einander verknüpfte, 3 bis 4 Zoll lange, senkrecht und in gleichen Abständen von ungefähr vier Linien aufgestellte dünne Kupferdrähte mit der negativen Elektrode. Als positive Elektrode fungirte ein entsprechend grosses, ziemlich dickes, an einen starken Kupferdraht angegossenes Stück käuflichen Antimons, welches in einem Abstande von 3 Zollen, innerhalb der Chlorantimonlösung, von jenen Kupferdrähten angebracht war. Alle 24 Stunden wurden die stromerregenden Flüssigkeiten erneuert, die Zinkblöcke abgewaschen, und so meistentheils schon innerhalb 2, höchstens 3 Tagen sämmtliche Kupferdrähte mit (einige Linien) dicken, silberglänzenden Antimon überwachsen erhalten. Auf diese Weise bin ich in kurzer Zeit in den Besitz einer grossen Anzahl von zu den mannichfältigsten Versuchen benutzten Antimonstücken gekommen. Da die officielle Chlorantimonlösung, in Folge vorwaltender Salzsäure, sehr stark sauer reagirt und überdiels ohne Ausnahme eine *gelbliche* Farbe zeigt (die jedoch, sonderbarer Weise, während der *Elektrolyse*, nach Verlauf von ungefähr 24 Stunden, völlig verschwindet, nach längerem Hinstellen der Flüssigkeit in einem *offenen* oder *verschlossenen* Gefäße aber, und zwar dem elektrischen Strome entzogen, sich stets wieder erneuert), so

vermuthete ich anfangs, dass diese gelbliche Farbe möglicher Weise von einem geringen *Eisengehalte* des Chlorantimons herrühre, und dass vielleicht gerade dieser Eisengehalt des Chlorantimons, bei der Elektrolyse des letzteren, die Veranlassung zur Erzeugung einer Art von Réaumur'scher Eisen-Antimonlegirung¹⁾ gebe, an welcher bekannt ist, dass sie bei mäfsig starker Friction an einer scharfkantigen stählernen Feile, unter Ausstossung einer Menge weisser Dämpfe (herrührend von verbrennendem Antimon) *Funken sprüht*. Es war sehr wohl denkbar, dass, im Fall jene Prämissen ge- gründet, sich auf elektrolytischem Wege vielleicht eine in bestimmten *Mischungsverhältnissen* auftretende, und eben deshalb mit den genannten Eigenschaften in einem besonders hohen Grade begabte Legirung erzeugen werde. Diese Vermuthung fand ich indefs *nicht bestätigt*, denn obwohl ich bei der elektrochemischen Zerlegung einer völlig eisenfreien, chemisch reinen Auflösung von *Brechweinstein* *kein* mit explodirenden Eigenschaften begabtes Metall zu erzielen vermochte, so sah ich doch auf der anderen Seite stets mit großer Leichtigkeit ein solches hervorgehen, wenn ich mich einer chemisch reinen, *völlig eisenfreien*, aus sogenanntem Algarothpulver eigens bereiteten *Chlorantimonlösung* bediente.

Sollte es vielleicht gar eine feste *Antimonwasserstoff-Verbindung* geben, welche bei mäfsig starker Friction oder durch Druck oder durch Schlag jene auffallende Erscheinung des explosionartigen Zerspringens zeigt? Die Möglichkeit der Entstehung einer solchen Verbindung bei der elektrolytischen Zerlegung einer salzsäurehaltigen Chlorantimonlösung war nicht zu bezweifeln; indefs haben fortgesetzte, diesen Punkt mehr und mehr aufhellende Versuche gezeigt, dass auch die Annahme einer Antimonwasserstoff-Verbindung

1) Man erhält die Réaumur'sche Eisen-Antimonlegirung leicht, wenn man zu 2 Theilen geschmolzenem, mit Kohlengestiebe wohlüberdecktem Gusseisen 1 Theil metallisches geschmolzenes Antimon fügt, das Gemisch umröhrt und schnell erkalten lässt; dasselbe wird von einem Stahlmagnete *nicht* affizirt.

hier unzulässig ist. Ritzt man nämlich ein auf elektrolytischen Wege erzeugtes Antimonstängelchen in der pneumatischen Wanne, d. h. unter Wasser von mittlerer Temperatur ($+10$ bis 12° R.) mit einem zugespitzten Eisenstabe, so läfst sich dasselbe zwar, zufolge seiner Sprödigkeit, mit Leichtigkeit zerbröckeln; indess bemerkt man hierbei weder eine Temperaturerhöhung, noch eine Entwicklung von Wasserstoffgas oder überhaupt irgend eine besonders auffallende Erscheinung. Ritzt man dagegen ein solches Antimonstängelchen unter destillirtem Wasser, welches zuvor bis auf etwa 60° R. erhitzt worden war, so sieht man das Stängelchen unter starkem Zischen in eine Menge kleiner Stücke zerfallen, das Wasser wird dabei von einem sich ausscheidenden weissen flockigen Körper getrübt und reagirt augenblicklich auffallend sauer. Diese letztere Erscheinung führt uns in der Beurtheilung der chemischen Constitution jenes räthselhaften Körpers einen Schritt weiter, obwohl seine wahre Natur dadurch noch immer unerklärt bleibt.

Bringt man auf vorerwähnte Weise im Wasser von $+60^{\circ}$ R. mehrere Antimonstängelchen durch Ritzen zum Zerfallen, so lassen sich darin freie Salzsäure und sogenanntes *Algarothpulver* (Antimonoxychlorid) mit Leichtigkeit erkennen. Da nun das Zerspringen und explosive Umherstieben jener Antimonstängelchen in bald gröfsere bald kleinere Stücke nicht bloß durch Ritzen oder Schlagen, sondern auch durch Temperaturerhöhung (nach meiner Beobachtung bei $+160^{\circ}$ R.) erfolgt, so suchte ich die bei jenem Vorgange auftretenden flüchtigen Dämpfe in einer an dem einen Ende verschlossenen langen, engen Glasröhre zu condensiren, um sie einer genaueren Prüfung unterwerfen zu können. Eine grofse Anzahl in dieser Richtung angestellter und sehr sorgfältig durchgeführter Versuche ergaben sämmtlich, in qualitativer Hinsicht durchaus gleiche, in quantitativer Hinsicht aber völlig verschiedene Resultate. Es entwickelt sich nämlich beim Erhitzen solcher Antimonstängelchen, in der atmosphärischen Luft keinen Zutritt gestattenden gläsernen Destillationsgefäßen, ohne Ausnahme, *wasserfreies Anti-*

monchlorid (sogenannte Spießglanzbutter) welches sich als eine starre, farblose, durchscheinende, krystallinische, weiche Masse an die kalten Innenwände des Destillationsgefäßes ansetzt. Die Menge dieses Chlorids in der explodirenden Metallmasse ist, wie gesagt, sehr verschieden, sie variiert, meinen Beobachtungen zufolge, zwischen 3,03 bis 5,83 Proc.

Es liegt die Vermuthung nahe, es möchte das Vorhandenseyn von wasserfreiem Antimonchlorid in jener Metallmasse vielleicht nur ein ganz *zufälliges* seyn, indem, aller Theorie schnurstracks entgegen, unmöglich angenommen werden könnte, daß bei der Elektrolyse eines (sey es in Wasser oder in Salzsäure gelösten) *Chlorides* an der *Kathode* jemals eine Ausscheidung von *Chlor* stattfinde; aber wenn Beispiele der Art zur Zeit auch noch nicht bekannt sind, so kann doch hier in unserem Falle auf das Bestimmteste nachgewiesen werden, daß die in jener explodirenden Metallmasse enthaltene Chlorverbindung keineswegs als ein bloß *zufälliger, rein mechanischer Gemengtheil* figurire. Denn wäre dies der Fall, so müfste sich das bekanntlich in Wasser so überaus leicht lösliche, ja an der Luft von selbst zerfließende Antimonchlorid auch auf *rein mechanischem Wege durch bloßes Ausspülen mit Wasser* aus jener explodirenden Metallmasse entfernen lassen können. Dem ist aber nicht so!

Ich habe im Vorhergehenden gezeigt, daß das mit explodirenden Eigenschaften begabte Antimon in Wasser von *mittlerer Temperatur*, beim Ritzen keine besonders auffallende Erscheinung erkennen läßt. In der That kann man sorgfältig abgewaschene, ja selbst mit *siedendem Wasser* zuvor einige Zeit lang behandelte Antimonstängelchen der Art, in einem Porzellanmörser, mit *kaltem destillirten Wasser* überschüttet, mittelst eines Pistills anhaltend *zerstoßen*, ohne daß man das Wasser im mindesten hierbei sich trüben oder eine saure Reaction annehmen sieht, was doch unstreitig erfolgen müfste, wenn jene Annahme von einer blofsen *mechanischen Einsprengung* des Antimonchlorids gegründet wäre. Wenn ich nun auch zur Zeit noch nicht im Stande bin, ein klares Bild von jener scheinbar ganz anomalen

Verbindung von Antimonchlorid mit metallischem Antimon zu entwerfen, so glaube ich doch durch den zuletzt angeführten Versuch bewiesen zu haben, daß von einer blofs *mechanischen Einmengung* von Antimonchlorid hier nicht wohl die Rede seyn könne. Mir scheint das Auftreten von Chlor an der *Kathode*, bei der Elektrolyse eines Chlorides, mit dem Auftreten von *Silber* oder von *Silbersperoxyd* an der *Anode*, bei der elektrochemischen Zerlegung des Silbernitrat in einer gewissen Relation oder Parallele zu stehen. Sey dem nun aber wie ihm wolle, so glaube ich durch vorstehende Thatsachen doch wenigstens *einige* dunkle Punkte in ein helleres Licht gestellt und vielleicht Veranlassung gegeben zu haben, daß das in Rede stehende höchst interessante Factum recht bald auch noch von *Anderen* experimentell werde weiter verfolgt werden.

Was die Erhitzung betrifft, welche sich beim Ritzen des elektrolytisch gewonnenen Antimons momentan zu erkennen giebt, so ist dieselbe sehr bedeutend, indem die von mir dabei beobachtete Temperatur des Metalls fast in allen Fällen sich bis auf $+200^{\circ}$ R. erhebt. Umwickelt man ein solches Antimonstäbchen vor dem Verletzen mit guter *Schießwolle* (die meinen Beobachtungen zufolge bei $+184^{\circ}$ R. sich momentan zersetzt) oder mit einem Streifen *Stanniol*, und ritzt es alsdann an irgend einer Stelle, so erfolgt im ersten Falle eine Entzündung, respective Verpuffung der Schießwolle, im letzteren eine vollkommene Schmelzung des Zinns. Läßt man den Strom einer aus 3 Volta'schen Elementen bestehenden, stark geladenen *Bunsen'schen* Batterie durch einen 2 Linien dicken und 1 Zoll langen Antimonfaden gehen, so erfolgt gleichfalls ein augenblickliches Zerstören des Metallfadens, unter Ausstoßung einer großen Menge, blaues Lakmuspapier aufs stärkste röhrenden, Antimonchloriddampfs; ganz dasselbe geschieht, wenn man eine kleine, mäßig stark geladene Leidner Flasche mit dem elektrolytisch gewonnenen Antimonstabe entladet oder ihn mit dem einen oder dem anderen Ende der Inductionspirale eines Ruhmkorff'schen Apparates in Verbindung setzt und dann das

andere Ende des Inductionsdräthes dem Antimonstabe so nahe bringt, dass ein Funkenstrom entsteht.

Zerbricht man einen elektrolytisch gewonnenen Antimonstab unter Wasser von mittlerer Temperatur in grobe Stücke, so sieht man, wie ich bereits oben angegeben, das Wasser sich weder erwärmen oder im mindesten trüben; trocknet man aber einzelne grössere Fragmente der zerbrockelten Metallmasse schnell recht sauber mit weichem Fließpapier ab und ritzt sie hierauf oder schlägt sie, in Papier gewickelt, leise mit einem Hammer, so erfolgt augenblicklich eine Zerstibung der Fragmente und eine gleichzeitige Entwicklung von Antimonchloriddämpfen. Ich habe explodirende Antimonstäbchen *ein halbes Jahr* lang, locker in Baumwolle gepackt, in gewöhnlichen Pappschachteln aufbewahrt, ohne eine merkliche Abnahme ihrer Eigenschaften zu entdecken.

Dass die mehrerwähnte *Chlorverbiudung* in der explodirenden Metallmasse bei dem Phänomene des Verpuffens oder Zerstiebens eine *Hauptrolle* spielle, dass überhaupt nur aus einer *stark gesäuerten Chlorantimonlösung* eine explodirende Metallmasse gewonnen werden könne, davon wird sich Jeder leicht überzeugen, der versucht, den rätselhaften Körper aus einem anderen, *keine Chlorverbindung* enthaltenden Antimonsalze darzustellen. Weder aus dem *Brechweinstein* (dem weinsauren Antimonoxyd-Kali), noch aus dem sogenannten *Schlippe'schen Salze* (dem Schwefel-antimon-Schwefelnatrium) vermochte ich ihn zu gewinnen.

Versetzt man eine officinelle Chlorantimonlösung so lange mit einer Auflösung von kohlensaurem Natron, bis die freie Salzsäure darin fast, jedoch nicht ganz neutralisiert ist, und zerlegt diese Chlorantimon-Chlornatriumlösung mittelst der vorhin erwähnten ziemlich constant wirkenden kleinen Batterie, so gewinnt man nach Verlauf von etwa 4 Tagen eine so starke, silberglänzende, metallische Ablagerung, wie die ist, welche man schon innerhalb zweier Tage aus der gewöhnlichen officinellen stark sauren Chlorantimonlösung resultiren sieht. Die Metallablagerung erwies sich frei von Natrium, zeigte aber das Phänomen des Aus-

stossens dicker, weisser, ätzend saurer Dämpfe beim blossen schwachen Ritzen *nicht*; setzte man es aber einer *Erhitzung* oder auf einer Unterlage von Papier einem *starken* Stosse oder Schlage mit einem Hammer aus, so zeigte es das gleiche Phänomen wie das aus blosser Chlorantimonlösung gewon-nene Produkt.

Schlieslich verdient auch noch von mir angeführt zu werden, dass wenn man die Zerlegung der Chlorantimonlösung auf die Weise in Ausführung bringt, dass man die mit der Kathode verbundenen Kupferdrahtstifte, statt sie dem mit der Anode communicirenden Antimonstücke direct in der Flüssigkeit gegenüber zu stellen, vielmehr in eine besondere mit derselben Chlorantimonlösung angefüllte mattgebrannte *Thonzelle* einsenkt, man vergeblich auf das Er-scheinen einer explodirenden Metallmasse zu hoffen hat.

VI. Ueber die Entbläzung der Indigolösung durch saure Sulfite; von C. F. Schönbein.

Wie wohl bekannt, besitzt die schweflichte Säure das Vermögen, die meisten rothen und blauen Blumenpigmente zu entfärben, ohne dieselben jedoch zu zerstören, wie dar-aus erhellt, dass deren Färbung wieder hervorgerufen wer-den kann durch alle die Mittel, welche die genannte Säure entweder aus den Pigmenten entfernen, wie Schwefelsäure, Phosphorsäure u. s. w.; oder zersetzen, wie der Schwefel-wasserstoff; oder zu Schwefelsäure oxydiren, wie der ozoni-sirte oder besonnte Sauerstoff, das ozonisirte Terpen-tinöl, Chlor u. s. w.

Meine Versuche haben ferner gezeigt, dass selbst die an alkalische Basen gebundene und vollkommen neutralisierte schweflichte Säure gegenüber den meisten blauen und

rothen Pflanzenpigmenten noch dieses Entfärbungsvermögen besitzt.

Was das in Schwefelsäure gelöste Indigoblau betrifft, so wird dasselbe zwar auch noch von der schweflichten Säure entfärbt, jedoch in einem sehr schwachen Grade und nicht plötzlich, und ungefähr eben so verhalten sich die Lösungen der neutralen Sulfite; weit kräftiger und rascher entfärbend wirken aber die sauren Sulfite auf die Indigolösung ein, wie aus nachstehenden Angaben erhalten wird.

Uebersättigt man gelöstes Kali, Natron oder Ammoniak mit wässriger schweflichter Säure so, daß Lackmuspapier dadurch nur noch mäsig stark geröthet wird, oder löst man Bittererde, Zinkoxyd u. s. w. in der gleichen Säure auf, so werden Flüssigkeiten erhalten, welche die Indigotinctur augenblicklich zu entbläuen vermögen.

Tröpfelt man z. B. in gelöstes saures Ammoniaksulfit Indigotinctur, so verschwindet die blaue Färbung derselben sofort, und es wird ein Gemisch erhalten, welches braungelbes Licht durchlässt und kupferrothes zurück wirft, welches letztere Verhalten man durch Schütteln sehr augenfällig machen kann.

Die Lösungen aller der von mir geprüften sauren Sulfite verhalten sich auf die gleiche Weise; doch will ich nicht unbemerkt lassen, daß das Entbläulingsvermögen des schweflichtsauren Kupferoxydes etwas stärker als dasjenige der übrigen Sulfite ist und dieses Salz überdiels noch einige andere Eigenthümlichkeiten zeigt, deren weiter unten Erwähnung geschehen wird.

Die mittelst irgend eines sauren Sulfites aufgehobene blaue Färbung der Indigotinctur kann durch eine Reihe sehr verschiedenartiger Mittel wieder hervorgerufen werden.

- 1. Durch stärkere Säuren.** Vermischt man mit der entbläuten Tinctur Vitriolöl, Phosphorsäure oder Essigsäure in gehöriger Menge, so färbt sich dieselbe sofort wieder blau.

- 2. Durch Alkalien.** Kleine Mengen von Kali-, Na-

tron- oder Ammoniaklösung stellen die blaue Färbung der entbläueten Indigolösung augenblicklich wieder her.

3. Durch Wasser. Starke Verdünnung mit Wasser wirkt ähnlich den Säuren und Alkalien.

4. Durch Weingeist und Holzgeist. Diese Flüssigkeiten verhalten sich gegen die entbläute Indigotinctur wie das Wasser, zeigen jedoch eine grösere Wirksamkeit als dieses, d. h. es ist weniger Weingeist oder Holzgeist als Wasser zur Wiederherstellung der Färbung der Indigolösung erforderlich.

5. Durch Bittermandelöl. Schüttelt man, auch unter Ausschluss der Luft, diese Substanz mit entbläuerter Indigotinctur zusammen, so färbt sich letztere wieder blau.

6. Durch Chlor, Brom, Jod und Hypochlorite. Die wässrigen Lösungen dieser Materien rufen die blaue Färbung der Indigolösung augenblicklich wieder hervor, wobei es sich von selbst versteht, dass sie nicht im Ueberschuss angewendet werden dürfen, weil sonst das Indigoblau zerstört wird.

7. Durch Schwefelwasserstoff. Leitet man Schwefelwasserstoffgas durch die entfärbte Indigolösung, so bläut sie sich wieder unter Fällung von Schwefel.

8. Durch Erwärmung. Erhitzt man die entbläute Indigotinctur, so verschwindet die braungelbe Färbung derselben und geht durch Misfarben in reines Blau über, sich um so tiefer färbend, je höher die Temperatur steigt, um bei erfolgender Abkühlung jedoch wieder braungelb zu werden. Wie oft man auch erwärmen oder abkühlen mag, so treten immer die erwähnten Farbenveränderungen ein.

9. Durch Abkühlung. Stellt man in einem Probegläschen die entbläute Indigolösung in ein Gemenge von Salzsäure und Schnee, so erstarrt die Flüssigkeit rasch zu einem violetten Eis, welches bei weiter gehender Abkühlung blau wird. Kaum ist nötig zu bemerken, dass die Schmelzung dieses Eises wieder eine braungelbe Flüssigkeit liefert, welche sich bei Erhöhung der Temperatur abermals blau färbt.

Bemerkenswerth ist, dass die durch gelöstes Kupferoxydsulfit entbläute Indigolösung weder bei der Erwärmung noch Abkühlung wieder blau wird. Erhitzt man dieselbe, so wird sie im Gegentheil noch heller braungelb, als sie es bei gewöhnlicher Temperatur war; erhält man sie aber einige Minuten lang im Sieden, so färbt sie sich smaragdgrün, um bei der Abkühlung wieder braungelb zu werden. Beifügen will ich noch, dass die durch schweflichtsaures Kupferoxyd entbläute Indigotinctur die Zurückwerfung des kupferrothen Lichtes am stärksten zeigt.

Aus den vorstehenden Angaben erhellte, dass die durch die sauren Sulfite bewerkstelligte Entbläbung der Indigotinctur weder auf einer Zerstörung nach einer Desoxydation des Farbstoffes beruht; auf ersterer nicht, weil die ursprüngliche Färbung desselben wieder hervorgerufen werden kann und auf einer Desoxydation nicht, weil besagte Färbung durch oxydirende Mittel (durch Hypochlorit und Schwefelwasserstoff) sich wiederherstellen lässt, ja dies sogar geschehen kann, ohne irgend ein chemisches Agens, nämlich durch bloße Erwärmung oder starke Abkühlung.

Was nun die nächste Ursache der Wiederherstellung der Färbung der Indigolösung durch stärkere Säuren betrifft, so ist sie wohl in der Zersetzung der Sulfite zu suchen, welche jene bewerkstelligen. Alkalien mögen dadurch wirken, dass sie die Sulfite neutralisiren, in welchem Zustande voranstehenden Angaben gemäss diese Salze ein schwächeres Entbläubungsvermögen besitzen, als dasjenige ist, welches den sauren Sulfiten zukommt. Worauf die Wiederherstellung der Färbung der Indigolösung durch Vermischung mit Wasser, Weingeist, Holzgeist, Bittermandelöl, gehörige Erwärmung oder Abkühlung beruht, weiß ich nicht anzugeben. Schwefelwasserstoff wirkt zersetzend auf die Sulfite ein und bewirkt zunächst dadurch die Wiederbläbung der Indigotinctur.

Dass die Sulfite ihr Entfärbungsvermögen nur innerhalb gewisser Temperaturgränzen zeigen, ist ein Verhalten, welches auch der schweflichten Säure zukommt. Eine durch

gasförmiges SO₂ völlig gebleichte blaue oder rothe Blume, z. B. eine Rose, färbt sich nach meinen Erfahrungen augenblicklich roth, wenn man sie auf 100° (mittelst Wasserdampfs) erhitzt, um bei der Abkühlung sofort wieder weiss zu werden, so dass man eine solche Blume in einer Minute dreifig Male gebleicht und wieder gefärbt sehen kann. Eben so ist von mir gezeigt worden, dass z. B. der durch wässerige schweflichte Säure entfärbte Pigmentauszug einer rothbraunen Dahlie schon bei 20 bis 30° unter Null ein lebhaft roth gefärbtes Eis liefert, wie sich dieser Auszug auch bei der Erwärmung wieder färbt. Vor einigen Jahren ermittelte ich die Thatsache, dass beim Durchgang eines Stromes durch wässerige schweflichte Säure an der negativen Elektrode eine braungelbe Flüssigkeit entsteht, welche sowohl für sich allein als an Salzbasen gebunden eine ganz außerordentlich stark entbläuende Wirkung auf die Indigolösung hervorbringt, eine ohne allen Vergleich stärkere, als diejenige, welche die schweflichte Säure oder selbst die sauren Sulfitlösungen verursachen.

In völlig gleicher Weise verhält sich die braungelbe Flüssigkeit, welche sofort beim Zusammenbringen von Zink- oder Eisenfeilen mit wässriger schweflichter Säure entsteht. (Siehe hierüber Erdmann's Journal Vol. LXI, S. 203).

Wie gross der Unterschied zwischen dem Entbläuungsvermögen des sauren schweflichtsauren Zinkoxydes und demjenigen der durch die Berührung der schweflichten Säure mit metallischem Zink entstandenen Flüssigkeit ist, erhellt aus folgender Angabe. Zehn Gramme wässriger schweflichter Säure, die mit Zinkoxyd geschüttelt worden, vermochten höchstens zwei Gramme einer normalen Indigotinctur zu entblauen, während zehn Gramme der gleichen Säure auf Zinktheile gegossen 1000 Gramme der erwähnten Indigolösung entfärbten, und noch war das Entbläuungsvermögen nicht erschöpft. Wie aus den in der erwähnten Abhandlung gemachten Angaben, hervorgeht, beruht auch diese Entbläuerung der Indigotinctur weder auf einer Zerstörung noch auf der Oxydation des Farbstoffes, indem durch

eine Reihe von Mitteln, namentlich auch durch oxydirende und desoxydirende, die blaue Färbung der Indigotinctur sich wieder hervorrufen lässt.

Worin der Grund der zuletzt erwähnten Entbläuung der Indigolösung liegt, kann ich eben so wenig angeben als sagen, weshalb die schweflichte Säure oder die Sulfite die Färbung so vieler rothen und blauen Blumenpigmente aufheben; bemerkenswerth ist aber jedenfalls, dass die sonst so verschiedenartigen Verbindungen, welche solche Bleichwirkungen hervorbringen, alle Schwefel enthalten: die schweflichte Säure, die Sulfite, der Wasserstoffschwefel (HS_s) und die braungelbe vorhin erwähnte Flüssigkeit.

VII. Einige Bemerkungen über das elektromotorische Gesetz; von W. Beetz.

In einer Abhandlung, welche im 103. Bande dies. Annalen erschienen ist, wendet sich Hr. Wild S. 360 gegen einige Schlüsse, welche ich an verschiedenen Orten aus meinen Untersuchungen gezogen habe, oder gezogen haben soll. Um nicht den Schein der Zustimmung auf mich zu laden, erlaube ich mir, hierauf in wenigen Worten zu erwiedern.

»Beetz drückt sich,« sagt Hr. Wild, »etwas ungenau hinsichtlich des Spannungsgesetzes aus, indem er sagt, dass eine Reihe von Combinationen von zwei Metallen und zwei Flüssigkeiten, deren elektromotorische Kräfte er bestimmt hat, auch dem Spannungsgesetze gehorchen, wonach es scheinen könnte, als wäre hiermit eine Erweiterung des Spannungsgesetzes nachgewiesen, was nicht der Fall ist:

Die in Rede stehenden Messungen sind die, welche ich in diesen Annalen Band 90, S. 47 mittheilte, und den Messungen der galvanischen Polarisation zu Grunde legte. Wenn ich denselben nun die Bemerkung beifügte. »Im Uebrigen

sind die Versuche mit einander in hinreichender Uebereinstimmung, um das Gesetz der elektromotorischen Spannungsreihe auch für Combinationen aus Metall und Flüssigkeit zu bestätigen“, so habe ich nicht gefürchtet, in den Verdacht zu kommen, als hätte ich *mir* die Ehre anmaßen wollen, *hiermit* eine solche Erweiterung des Spannungsgesetzes ausgesprochen zu haben. Ich brauchte vielmehr die Messungen selbst, und glaube durch das »im Uebrigen« jene Bemerkung als eine völlig beiläufige hinreichend charakterisiert zu haben, welche vielmehr dazu bestimmt war, durch die beigefügten Beispiele zu zeigen, welcher Grad von Genauigkeit in meinen Versuchen zu erwarten ist. Dagegen ist, jene von Hrn. Wild bezweifelte Erweiterung schon früher von Wheatstone¹⁾ und besonders von Poggendorff²⁾ gegeben worden und ich glaube nicht, dass irgend Jemand diese Erweiterung erkennen wird, der die historische Entwicklung der Theorie des Galvanismus verfolgt, welcher die Elektrodynamik ihren jetzigen Standpunkt verdankt. Wenn auch die Gegner der Contacttheorie das Spannungsgesetz, wie es Volta für die Berührung metallischer Leiter hingestellt hatte, anerkannten, (und auch das geschah durchaus nicht allgemein), so bestritten sie dessen Gültigkeit für elektromotorische Kräfte von Hydroketten, weil sie die Identität beider Elektricitätsquellen durchaus leugneten. Als Ohm sein Gesetz für die Elektricitätsentwicklung in der Kette aufstellte, war in der That noch kein experimenteller Beweis geführt, dass sich das Spannungsgesetz auch auf Hydroketten ausdehnen lasse, und Fechner zieht sogar aus seinen Messungen, die jenen Beweis führen sollten, den Schluss³⁾: die elektromotorische Kraft von Zinkkupfer ist gleich der Summe der elektromotorischen Kräfte für Zinkzinn und Zinnkupfer, wenigstens in saurem Wasser; Brunnenwasser und wahrscheinlich noch andere Flüssigkeiten bieten auch hier Anomalien dar. Dieser, in dem störenden Einfluss secundärer Wirkungen

1) *Phil. Trans.* 1843, p. 317*; Pogg. Ann. LXII, 525.*

2) Diese Annalen LIV, 190* und LXX, 60.*

3) Maafsstimmungen über die galvanische Kette S. 232.*

begründete, Schluss müste zu Versuchen auffordern, welche das Spannungsgesetz auch auf »Combinationen von Metallen und Flüssigkeiten« ausdehnten, und dies sind die erwähnten von Wheatstone und Poggendorff, denen ich meine, wenn sie noch nöthig gewesen wären, hätte hinzufügen können. Dass Kohlrausch die Identität von Spannung und elektromotorischer Kraft dann auf noch directere Weise nachwies, kann den Werth jener Versuche für die Erweiterung des Spannungsgesetzes nicht herabsetzen. Hätte man aus dem Gesetz für die Spannungen trockner Metalle auf das für die elektromotorischen Kräfte von Hydroketten schließen wollen (ohne die letzteren direct zu messen) wie es Hr. Wild gethan, so hätte Faraday leicht wiederholen dürfen, was er im Jahre 1840 von dem Spannungsgesetz sagte¹⁾: »*This is a very large assumption, and that the theory may agree with the facts is necessary; still it is, I believe, only an assumption, for I am not aware of any data independant of the theory in question, which prove its truth.*« Und solche Bemerkungen würde unserer Theorie um so mehr gemacht werden, wenn man wie Hr. Wild »keine andere Annahme braucht als die, dass die Flüssigkeiten CuS, S+aq, und N untereinander auch dem Spannungsgesetze gehorchen,« dann aber fortfährt »diese Annahme wird zwar, wie wir zeigen werden, durch die Erfahrung widerlegt; allein die elektromotorischen Kräfte zwischen den Elektrolyten sind so klein gegenüber denjenigen zwischen den Metallen und Elektrolyten, dass dies auf die Messungen von Beetz wenig influiren kann. Gerade durch ein solches Schließen aus ziemlich, aber nicht ganz richtigen Annahmen, brachten manche Anhänger der Contacttheorie dieselbe in geringes Ansehen bei ihren Gegnern, weil diese sich selten klar machten, wie sehr oder wie wenig die Abweichung von der vollen Wahrheit dem Endresultat schaden könnte. Uebrigens hätte Hr. Wild für dasjenige, was ich eine Erweiterung der Spannungsreihe nannte, nicht einmal

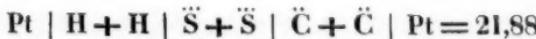
1) *Exper. Res.* 1809.*

eine Annahme gebraucht, denn ich habe nur von »Combinationen aus Metall und Flüssigkeit« gesprochen, während er schreibt »von zwei Metallen und zwei Flüssigkeiten.« Ich sehe die Erweiterung überhaupt schon in der Einführung der Hydrokette statt der trocknen Metalle.

Anders ist es mit dem Einwurf, den Hr. Wild gegen die Schlüsse macht, die ich aus meinen Versuchen über die elektromotorische Kraft der Gase gezogen habe ¹⁾). Er sagt: »Wenn also Beetz aus diesen Beobachtungen und einer Zahl anderer den Schluss zieht, dass die Gase dem Gesetz der Volta'schen Spannungsreihe gehorchen, so dass man z. B. habe



so ist das ein Irrthum.« Allerdings liegt hier ein grosser Irrthum vor, er ist aber nicht von mir, sondern von Hrn. Wild begangen. Meine Worte sind: Aus diesen Versuchsreihen geht deutlich hervor, dass die elektromotorischen Kräfte von Gasen, welche durch platinirtes Platin und verdünnte Schwefelsäure zu Gasbatterien verbunden sind, dem Gesetze der Volta'schen Spannungsreihe folgen, wie die Metalle.« Auf den Gedanken, mir den obigen irrthümlichen Schluss unterzuschieben, kommt Hr. Wild durch eine ganz unzulässige Anschauung der Gasbatterie; diese zeigt sich schon in der Art, wie er die von mir untersuchten Combinationen schreibt:



u. s. w. Diese Schreibart verlangt, dass man sich eine Kette vorstelle, deren leitende Bestandtheile nach der Reihe Platin, Wasserstoff, Schwefelsäure, Kohlensäure, Platin, währen. Ich habe aber gerade in der besprochenen Abhandlung S. 511, indem ich mich der Anschauungsweise Buff's anschloß, darauf hingewiesen, dass ein solcher Fall nie gedacht werden kann, dass vielmehr selbst in dem Falle, in welchem die Platten am innigsten mit Gas bekleidet sind, nämlich im Falle der elektrolytischen Polarisation, die Metalle, an

1) Diese Annalen LXXVII, 493.*

denen die Gasablagerung geschieht, nicht gleichgültig sind. Wenn Hr. Wild sich den von ihm gedachten Fall experimentell verschaffen will, so braucht er nur eine Wasserzersetzung durch einen mäfsig starken Strom an einer nach oben gerichteten Wollaston'schen Platinspitze vorzunehmen. Auf derselben wird sich eine Gasblase bilden, und sobald dem Schema, wie es vorhergedacht wurde, genügt ist, wird der Strom unterbrochen seyn. Nimmt man dagegen Rücksicht auf das, was ich, und vor mir Andere, über den Sitz der elektromotorischen Kraft in der Gasbatterie gesagt habe, so wird man gewifs davon abstehen müssen, dieselben in das von Hrn. Wild gebrauchte Schema zu bringen. Will man, was ich auch schon angedeutet habe ¹⁾), annehmen, das Gas als solches wirke garnicht elektromotorisch, sondern nur die an der Elektrodenfläche mit Gas gesättigte Flüssigkeitsschicht, so lässt sich die von mir beobachtete Gesetzmässigkeit in den elektromotorischen Kräften der Gasketten nur dann als unmittelbare Folge des einfachen Spannungsgesetzes nachweisen, wenn gezeigt worden ist, dass die Flüssigkeiten, welche die Gase absorbirt enthalten, untereinander dem Spannungsgesetze folgen. Dann reduciren sich die Gasketten auf gewöhnliche Hydroketten, und dann gilt von ihrer elektromotorischen Kraft, was ich oben von der Hydroketten gesagt habe.

Bern im Mai 1858.

1) a. a. O. S. 505.*

VIII. Ueber das Niob; von Heinr. Rose.

Die Verbindungen des Niobs scheinen in der Natur verbreiteter zu seyn, als die des Tantals. Ich werde später die Mineralien anführen, in denen wahrscheinlich Niob enthalten ist; ich selbst habe indessen nur den Columbit von Bodenmais und den von Nordamerika, so wie den Samarskit vom Ural untersucht, und die daraus abgeschiedenen metallischen Säuren als Oxyde des Niobs erkannt. Hr. Weber hat ferner das Niob im Fergusonit nachgewiesen, und später ist es in andern Mineralien aufgefunden worden.

Während ich beim Tantal nur eine Oxydationsstufe, welche als Säure auftritt, mit Bestimmtheit darstellen konnte, obgleich die Existenz von Oxyden mit weniger Sauerstoff als in der Tantalsäure wohl nicht bezweifelt werden kann, so fand ich beim Niob zwei Oxydationsstufen, die Säuren sind, welche zwar verschiedene Mengen von Sauerstoff enthalten, aber so viele und so auffallende Aehnlichkeiten zeigen, daß ich nur sehr schwer und spät zu der Ueberzeugung gelangen konnte, daß zwei Oxyde von so ähnlichen und in mancher Hinsicht fast gleichen Eigenschaften ihrer atomistischen Zusammensetzung nach zu zwei ganz verschiedenen Abtheilungen von Oxyden gehören. Da nun unmittelbar die eine Säure auf keine Weise in die andere verwandelt werden kann, so mußte ich früher die beiden Säuren als Oxyde verschiedener Metalle ansehen, und ich konnte nur dann erst diese Ansicht aufgeben, als ich mich davon überzeugte, daß man die verschiedenen Chloride, aus deren Zersetzung vermittelst Wassers die verschiedenen Säuren entstehen, willkührlich erzeugen könne. Aber dieser Weg ist auch der einzige, um wenigstens mittelbar die niedrigere Oxydationsstufe in die höhere überzuführen; alle Oxydationsversuche, dieſs auf andere Weise auszuführen, scheitern, auch wenn man sie auf das Manigfaltigste verändert. Eben so misglücken auch fast alle

Reductionsversuche, das höhere Oxyd in das niedere zu verwandeln, und nur auf einem Wege gelingt dies, aber nur sehr unvollkommen und theilweise.

Ich fand, daß in sauerstofffreien Verbindungen namentlich in den Schwefelverbindungen durch Oxydation bald die eine, bald die andere Säure entstand, je nachdem das Schwefelmetall aus der einen oder der anderen Säure dargestellt worden war. Es ist dies eine Thatsache, der jede Analogie in der Chemie fehlt. Denn die verschiedenen Schwefelverbindungen verhalten sich auf diese Weise in der That nicht wie die eines, sondern wie die zweier Metalle; und es lag in dem Metall der verschiedenen Schwefelverbindungen gleichsam schon die Disposition zur Bildung der einen oder der andern Säure.

Diese Wahrnehmungen fesselten während der langen Zeit der Untersuchung aufs höchste meine Aufmerksamkeit und veranlaßten die langwierigsten und zeitraubendsten Versuche. Der Gegenstand streifte nahe an ein Gebiet, das bisjetzt uns durch einen undurchdringlichen Schleier verborgen ist. Das Resultat der Untersuchungen lüftet zwar diesen auf keine Weise, könnte aber geeignet seyn, künftigen Untersuchungen eine Richtung zu geben, um sich mit der Beantwortung von Fragen über die interessantesten, aber zugleich auch über die dunkelsten Theile der chemischen Wissenschaft vielleicht mit einem Erfolge zu beschäftigen.

Dies ist auch die Ursach gewesen, daß ich einem Gegenstande bei weitem mehr Mühe und Zeit opferte, als er es sonst wohl verdiente. Denn die Säuren und andere Verbindungen des Niobs zeigen nicht gerade Eigenschaften, durch welche sie vorzugsweise interessiren; und die Mineralien, in welchen sie vorkommen, sind so selten, daß nicht jeder Chemiker sie sich leicht und in hinreichender Menge verschaffen kann.

Bei diesen Untersuchungen bin ich wie bei denen über das Tantal auf das Thätigste durch Hrn. Weber unterstützt worden, ohne dessen Hülfe dieselben nicht in dem Maafse, wie es geschehen, hätten vervielfältigt werden kön-

nen. In der letzten Zeit auch wurde mir eine ähnliche Unterstützung durch Hrn. Oesten zu Theil.

Ich werde in einer Reihe von Abhandlungen meine Untersuchungen über die Verbindungen des Niobs folgen lassen.

Metallisches Niob.

Das Niob kann auf verschiedene Weise in dem metallischen Zustand dargestellt werden.

Am besten stellt man das Niob aus den Verbindungen des Niobfluorids oder des Unterniobfluorids mit alkalischen Fluormetallen vermittelst Natriums auf eine ähnliche Weise dar, wie das metallische Tantal. Die möglichst gut getrocknete Fluorverbindung wurde mit dünnen Scheiben von Natrium geschichtet, und in einem kleinen gut bedeckten gußeisernen Tiegel ungefähr 10 Minuten hindurch dem starken Rothglühen vermittelst eines Gebläses ausgesetzt. Wenn man eine berechnete Menge von Natrium angewandt hat, so verflüchtigt sich nur wenig Natrium, dessen Dämpfe außerhalb des Tiegels brannten. Ein starkes Eргlügen des Tiegels während der Reduction konnte nicht deutlich wegen der Dicke der Wände desselben wahrgenommen werden. Der Tiegel wurde dann schnell erkaltet, und nach dem vollständigen Erkalten die schwarze Masse vorsichtig in kaltes Wasser in einer Platinschale gebracht. Das sich absondernde schwarze Pulver des metallischen Niobs wurde mit Wasser ausgekocht, und zuletzt mit etwas Alkohol enthaltendem Wasser ausgewaschen, bis das Waschwasser keinen Rückstand mehr zeigte. Mit reinem Wasser ausgewaschen, ging die Flüssigkeit trübe durchs Filtrum.

Man erhält das Metall weit reiner, wenn man auf das Gemenge der Fluorverbindung mit Natrium eine ziemlich starke Lage von Chlorkalium legt. Unter der Decke desselben kann das Metall und die Fluorverbindung, ehe sie zu Metall reducirt wird, sich nicht oxydiren, und man vermeidet dadurch eine Verunreinigung von unterniobsaurem Alkali. Leider wandte ich das Chlorkalium nur zuletzt an,

als die größten Mengen des metallischen Niobs schon ohne dasselbe dargestellt worden waren.

Das metallische Niob unterscheidet sich in mancher Hinsicht von dem Tantal. Es hat zwar dieselbe dunkelschwarze Farbe, und leitet die Elektricität wie dieses, wird aber doch leichter von Reagentien angegriffen.

Kocht man das trockene metallische Niob mit Chlorwasserstoffsäure, so wird es etwas angegriffen, und aus der Säure kann durch Ammoniak eine kleine Menge Unterniobsäure gefällt werden. — Wird indessen das Niob unmittelbar nach dem es dargestellt worden und nach dem Auswaschen im feuchten Zustande mit verdünnter Chlorwasserstoffsäure erhitzt, so findet Wasserstoffgasentwicklung statt und das Niob löst sich gänzlich in der Säure auf; die farblose Lösung gab aber mit Ammoniak einen starken voluminösen Niederschlag von schwach bräunlicher Farbe, der indessen aufs Filtrum gebracht beim Auswaschen sich oxydirt, und sich in eine Säure von rein weißer Farbe verwandelte. In der chlorwasserstoffsauren Lösung des Niobs ist also eine niedrigere Oxydationsstufe des Niobs von brauner Farbe aufgelöst, die aber im feuchten Zustand sich leicht höher oxydirt. — Die chlorwasserstoffsäure Lösung wurde in einem gut verschlossenen Glase aufbewahrt. Obgleich farblos behält sie noch lange Zeit hindurch die Eigenschaft durch Ammoniak braun gefällt zu werden. Nach zwei Jahren aber hatte sich eine bedeutende Menge eines weißen Niederschlags in der Flasche gebildet, und die Flüssigkeit gab nun keine Fällung mehr mit Ammoniak; die ganze Menge des aufgelösten Niobs hatte sich als Unterniobsäure durch die Länge der Zeit abgesetzt.

In Salpetersäure ist das Niob nicht löslich, auch nicht beim Erhitzen. Auch Königswasser scheint weniger davon aufzulösen, als Chlorwasserstoffsäure.

Durch längeres Erhitzen löst concentrirte Schwefelsäure, wenn sie in einem hinreichenden Uebermaafse angewendet wird, das metallische Niob auf. Die Auflösung hat eine bräunliche Farbe. Vermischt man sie mit vielem Wasser, so

erhält man eine farblose Lösung; wenn man zu derselben indessen einen Ueberschufs von Ammoniak hinzugefügt, so erhält man einen weißlichen voluminösen Niederschlag, der aber einen starken Stich ins Bräunliche hat, so daß also auch durchs Erhitzen mit concentrirter Schwefelsäure die niedrige Oxydationsstufe nebst vieler Unterniobsäure sich bildet.

Durchs Schnelzen des Niobs mit saurem schwefelsaurem Kali oxydirt sich dasselbe, und durch Behandlung der geschnolzenen Masse mit Wasser bleibt die Unterniobsäure ungelöst zurück.

Fluorwasserstoffsäure erwärmt sich schon bei gewöhnlicher Temperatur, wenn sie mit metallischem Niob in Berührung kommt; beim stärkeren Erwärmten findet eine Wasserstoffentwicklung statt und das Niob löst sich auf. Aber bei weitem leichter erfolgt die Auflösung auch schon bei gewöhnlicher Temperatur durch eine Mengung von Fluorwasserstoffsäure und von Schwefelsäure.

Auch durchs Kochen mit einer Lösung von Kalihydrat wird das metallische Niob nach und nach aufgelöst, indem sich unterniobsaures Kali bildet. Schneller aber geschieht die Umwandlung des Niobs in unterniobsaures Kali, wenn man das metallische Niob mit kohlensaurem Kali mengt und schmelzt.

Das metallische Niob ist das nämliche, wenn man es durch Natrium aus den Fluorverbindungen reducirt, welche der Niobsäure, und denen, welche der Unterniobsäure entsprechen, auf welche Thatsache ein gewisses Gewicht gelegt werden mußt. Ich werde deshalb, um dies zu beweisen, die Untersuchungen über das Metall anführen, welches aus den beiden verschiedenen Fluorverbindungen erhalten worden war.

I. Eine Mengung von Kalium- und von Natriumniofluorid wurde auf die oben angeführte Weise vermittelst Natriums unter einer dicken Decke von Chlorkalium reducirt. Das Metall war daher weniger verunreinigt. Das spezifische Gewicht desselben wurde (von 1,5 Grm.) zu 6,297

bestimmt. Bei diesem Versuche war das Metall nicht vorher in einer Atmosphäre von Wasserstoffgas geglüht worden.

0,684 Grm. dieses Metalls wurden beim Zutritt der Luft gebrannt. Sie oxydirten sich unter lebhaften Feuererscheinungen leichter und schneller als das metallische Tantal, obgleich sie reiner als dieses waren. Sie nahmen dadurch um 0,141 Grm. an Gewicht zu, und die erhaltene Säure war von gelber Farbe. 100 Th. des Metalls haben daher um 20,61 Th. zugenommen. Dies entspricht einem Sauerstoffgehalt in der erhaltenen Säure von 17,09 Proc., vorausgesetzt, daß das zur Oxydation angewandte Metall vollkommen rein gewesen ist.

Ein anderer Theil von dem Metalle derselben Bereitung wurde in einer Kugelröhre der Einwirkung des Chlor-gases ausgesetzt. Bei gewöhnlicher Temperatur fand noch keine Einwirkung statt, aber bei einer sehr geringen äufseren Erwärmung erglühte das Metall im Chlorgase und das Chlorgas wurde mit der größten Leichtigkeit absorbiert. Es bildeten sich beide Chlorverbindungen des Niobs, das gelbe flüchtige Niobchlorid, und das weisse voluminöse Unterniobchlorid, letzteres aber in weit größerer Menge als erstere, da durch die heftige Absorption des Chlorgases dieses plötzlich in hinreichender Menge fehlen mußte, um das gelbe Niobchlorid zu erzeugen. Wenn sich aber einmal das weisse Unterniobchlorid gebildet hat, so läßt dasselbe sich auch durch Sublimation im Chlorgas nicht in gelbes Niobchlorid verwandeln. — Es blieb nur ein geringer Rückstand in der Kugelröhre; 0,380 Grm. des Niobmetalls hinterlassen nur 0,070 Grm. Dieser Rückstand besteht aber nicht nur aus niobsaurem oder unterniobsaurem Alkali, das im Metalle schon enthalten war, sondern es hatte sich ein saures Salz und alkalisches Chlormetall gebildet, dessen Menge aber nicht bestimmt wurde. Wenn wir aber auch diesen Rückstand als in dem angewandten Metall præexistirend annehmen, so war die Menge des wirklichen Metalls darin 81,58 Proc.; in Wirklichkeit mußte sie aber, des so eben bemerkten Umstands wegen, um etwas weniger seyn.

Nehmen wir nun an, dass bei der Oxydation des Metalls durchs Glühen an der Luft sich Unterniobsäure, und nicht Niobsäure gebildet hat, so entspricht die Zunahme von 20,61 Gewichtstheilen, die 100 Th. des Metalles durch die Oxydation erlitten, 83,85 Proc. wirklichem Metalle in dem angewandten. Dies weicht aber nur wenig ab von der Menge, welches sich aus dem Versuche mit Chlorgas ergiebt und würde wohl völlig damit übereinstimmen, wenn die Menge des Chlors im Rückstande bestimmt und durch ein Aequivalent von Sauerstoff ersetzt worden wäre, das durch das Chlor aus dem Alkali ausgetrieben wurde.

Jedenfalls beweisen diese Versuche, dass aus dem metallischen Niob, welches durch Reduction aus Niobfluoridverbindungen vermittelst Natriums erzeugt worden war, durch Oxydation nicht die den Fluoridverbindungen entsprechende Niobsäure, Nb O^2 entsteht, sondern Unterniobsäure $\text{Nb}^2 \text{O}^3$. Das Niobmetall weicht also in seinem Verhalten beim Glühen an der Luft wesentlich vom Tantalmetall ab, aus welchem, wie wir oben gesehen haben, durch diesen Proces die höchste Oxydationsstufe, Tantalsäure, Ta O^2 entsteht.

Auch aus dem gelben Niobchlorid wurde vermittelst des Natriums das Metall dargestellt. Das erhaltene Niob war dem aus den Fluorverbindungen erhaltenen ganz gleich. Es hatte auch eine sehr ähnliche Dichtigkeit, nämlich 6,272.

Das specifische Gewicht dieses Niobs sollte noch einmal bestimmt werden, nachdem es in einem Strome von Wasserstoffgas geeglüht worden. Als es aber nach dieser Operation nach dem gänzlichen Erkalten aus der Kugelröhre, in welcher es geeglüht worden war, in einen Platintiegel gebracht wurde, erwärme es sich durch den Zutritt der Luft plötzlich sehr stark, fing an sich auf der Oberfläche zu oxydiren, und beim Ausschütten aus dem Tiegel entzündete sich jedes Theilchen pyrophorisch und verbrannte mit der lebhaftesten Feuererscheinung. Nach dem freiwilligen Verbrennen sah die Masse schmutzig weiss aus. Es war dies eine Mengung von oxydirtem und noch nicht oxydirtem Metall, aber letzteres hatte durch die starke Erhitzung einen solchen Zustand

der Dichtigkeit erhalten, oder war so von der entstandenen Säure umhüllt worden, dass es der weiteren Oxydation durchs Glühen an der Luft widerstand, wenn dasselbe auch oft erneuert wurde. Die Gewichtszunahme durch die pyrophorische Eutzündung war daher nur eine geringe. 0,859 Grm. des Metalls nahmen dadurch nur um 0,077 Grm. zu, oder 100 Th. des Metalls vermehrten sich um 8,96 Th.

Bei einer anderen Darstellung des Metalls aus dem Niobchlorid vermittelst Natriums, wo wohl eine stärkere Oxydation stattgefunden haben musste, und sich viel Niobchlorid verflüchtigte, wurde ein Metall erhalten, dessen specifisches Gewicht nur 5,507 war, also viel Unterniobsäure enthalten musste. Bei der Behandlung mit Chlorgas hinterliess es auch einen bedeutenden Rückstand, bildete aber zugleich Niobchlorid und Unterniobchlorid.

II. Bei der Zersetzung des Kaliumunterniobfluorids vermittelst Kaliums wurde ein Metall erhalten, dessen Dichtigkeit zu 6,300 bestimmt wurde. 0,176 Grm. davon durchs Glühen an der Luft oxydiert gaben 0,215 Grm. Säure. Vom Metall hatten also 100 Th. 22,16 Th. aufgenommen. Die erhaltene Säure enthielt also 18,01 Proc. Sauerstoff, sie war Unterniobsäure von 19,73 Proc. Sauerstoff. Das Metall war also ein ziemlich reines, wie auch das höhere spezifische Gewicht dies zu erkennen giebt. Aus der Sauerstoffzunahme beim Glühen an der Luft zu schließen, enthielt das angewandte Niob 90,34 Proc. reines Metall. Die Resultate sind aber keine so ganz sichere, weil zu kleine Mengen des Metalls sowohl zur Bestimmung des specifischen Gewichts als auch zur Oxydation angewandt wurden.

Bei einer zweiten Darstellung des Niobs aus dem Unternatriumfluorid vermittelst Natriums wurde ein Metall erhalten, welches die hohe Dichtigkeit von 6,674 zeigte. 1,452 Grm. des Metalls beim Zutritt der Luft oxydirten sich nur an der Oberfläche unter Feuererscheinung, aber um die vollständige Oxydation zu bewirken, die sehr langsam vor sich ging, musste das Metall sehr oft mit einem Platindraht umgeführt werden. Es fand eine Gewichtszunahme von

0,262 Grm. statt. Dies entspricht indessen nur einem Gehalt von reinem Metall im Niob von **73,42 Proc.**

Dafs diese Säure in der That Unterniobsäure war, ergab sich auch durch das specifische Gewicht derselben. Es wurde dies zu **4,961** bestimmt. Wir werden weiter unten sehen, dafs dies die Dichtigkeit der Unterniobsäure seyn kann, wenn sie dem Rothglühen ausgesetzt gewesen ist.

Oft indessen wurde aus den Verbindungen des Unterniobfluorids vermittelst Natriums ein Metall erhalten, das ein niedrigeres specifisches Gewicht zeigte und in dem Maafse eine geringere Menge von Sauerstoff beim Glühen an der Luft aufnahm. Es fand dies bei den vor längerer Zeit angestellten Versuchen besonders statt, als die schützende Decke von Chlorkalium bei der Reduction noch nicht angewandt wurde. Ein dargestelltes Niob hatte eine Dichtigkeit von **5,960**. Es nahmen **0,976 Grm.** von demselben beim Glühen an der Luft nur **0,117 Grm.** Sauerstoff auf. Es enthielt daher nur **48,77 Proc.** reines Metall.

Bei einer andern Darstellung wurde ein Niob erhalten, von welchem **0,857 Grm.** durchs Verbrennen in einem Strome von Sauerstoffgas nur um **0,082 Grm.** an Gewicht zunahmen. Das Niob war daher sehr unrein, und konnte nur **39,32 Proc.** reines Metall enthalten.

Wurde das Niob von diesen Darstellungen mit Chlor-gas behandelt, so wirkte dies nie bei gewöhnlicher Temperatur darauf ein. Beim Erhitzen verband sich aber das Metall mit dem Chlor unter Ermüden. Immer wurde hierbei gelbes Niobchlorid und weisses voluminöses Unterniobchlorid erhalten.

Es erhellt indessen aus diesen Versuchen, dafs das metallische Niob, es mag aus den Verbindungen des Niobfluorids oder des Unterniobfluorids erhalten worden seyn, sich durch Oxydation vermittelst Glühens an der Luft nur zu Unterniobsäure, und nicht zu Niobsäure oxydirt.

III. Aus der Unterniobsäure kann man das metallische Niob vermittelst Phosphor reduciren, ein Verfahren, das bei der Reduction der Tantalsäure zu Tantal nur sehr unvoll-

kommen gelingt. Die reine Unterniobsäure indessen, bis zum Rothglühen gebracht, wird durch Phosphordämpfe nicht zersetzt. Sie wird dadurch nur ganz unbedeutend grau gefärbt; wird sie aber darauf mit Wasser behandelt, so löst dasselbe keine Phosphorsäure auf, denn selbst durch molybdänsaures Ammoniak können im Wasser nicht sichere Spuren davon nachgewiesen werden. Wendet man hingegen unterniobsaures Natron an, so findet durch die prädisponirende Verwandtschaft des Alkalis zu der sich bildenden Phosphorsäure eine Zersetzung statt. Es wurde ein unterniobsaures Natron angewandt, dessen Säure unmittelbar aus dem Columbit bereitet worden war, und um es sicherer von aller Eimmengung von kohlensaurem Natron und daher das Niob rein von Kohle zu erhalten, wurde es als saures unterniobsaures Natron der Behandlung mit Phosphor unterworfen. Ich bin jetzt überzeugt, daß ein möglichst neutrales Salz ein noch besseres Resultat gegeben haben würde. Das Salz wurde in eine Glasröhre von schwer schmelzbarem Glase gebracht und in einiger Entfernung davon eine Stange von Phosphor gelegt. Es wurde nun gut getrocknetes Wasserstoffgas durch den Apparat geleitet, das Salz darauf zum starken Rothglühen gebracht, dann der Phosphor erhitzt und dessen Dampf in dem Wasserstoffgasstrome langsam darüber geführt. Ich hörte mit dem Glühen des Salzes auf, als der Phosphor sich in einer am anderen Ende der Glasröhre angebrachten Vorlage vollständig verdichtete, und unverändert überdestillirte. Das unterniobsaure Natron wurde schon durch die erste Einwirkung des Phosphors ganz schwarz, und behielt die intensiv schwarze Farbe auch nach dem vollständigen Erkalten; dann wurde es erst mit kaltem und darauf mit heißem Wasser ausgewaschen. Zuletzt mußten dem Waschwasser einige Tropfen von Alkohol zugefügt werden, damit es nicht trübe durch das Filtrum ging. Es wurde so lange ausgewaschen, bis das Waschwasser keinen Rückstand auf Platinblech mehr hinterließ.

Das Wasser hatte aus der schwarzen Masse pyrophosphorsaures Natron gelöst und gab mit salpetersaurem Sil-

beroxyd einen weissen, in Salpetersäure löslichen Niederschlag. Wurde die Lösung mit Schwefelsäure versetzt zum Kochen gebracht, so schied sich eine äusserst geringe Menge von Unterniobsäure ab.

Das ausgewaschene metallische Niob wurde mit Chlor-gas behandelt. Nachdem bei gewöhnlicher Temperatur während 24 Stunden keine Einwirkung stattgefunden hatte, wurde das Metall sehr wenig erhitzt, und dann plötzlich ein sehr rascher Strom von Chlorgas darüber geleitet, was dadurch bewirkt wurde, dass zu der Mengung von Braунstein und Chlorwasserstoffsäure concentrirte Schwefelsäure hinzugefügt wurde. Es glückte auf diese Weise, nur gelbes Niobchlorid zu erhalten, ohne Einnengung von weissem Unterniobchlorid. Es blieb aber ein weisser Rückstand, aus dem Wasser nur Chlornatrium auflöste, in welchem keine Spur von Phosphorsäure, selbst nicht durch molybdänsaures Ammoniak, zu entdecken war. Auch als das Ungelöste mit Chlorwasserstoffsäure gekocht wurde, konnte in der Säure durch molybdänsaures Ammoniak keine Spur von Phosphorsäure aufgefunden werden.

Die Dämpfe des gelben Niobchlorids wurden in eine Lösung von Kalihydrat geleitet, nachdem dann durch Schwefelsäure die Niobsäure entfernt worden, konnten in der abgeschiedenen Flüssigkeit sehr geringe Mengen von Phosphorsäure vermittelst des molybdänsauren Ammoniaks aufgefunden werden. Das metallische Niob enthielt also eine höchst geringe Menge Phosphor, aber so wenig, dass man die Beimengung desselben für ganz unwesentlich halten kann.

Wurde das auf diese Weise erhaltene metallische Niob beim Zutritt der Luft geglüht, so ging die Oxydation desselben wegen seiner gröfseren Dichtigkeit sehr langsam von statthen, und es fand dabei nur ein sehr schwaches Erglühen statt. Die Oberfläche blieb dabei lange schwarz, und es war stundenlanges Glühen nothwendig, um eine vollständige Oxydation zu bewirken. 1,594 Grm. vom metallischen Niob hatten endlich 0,245 Grm. Sauerstoff aufge-

nommen. Dies entspricht 62,55 Proc. von reinem Metall im angewandten Niob.

Die durch Oxydation erhaltene Säure war durch das lange Glühen stark zusammengesintert, und sehr hart. Durchs Schmelzen mit saurem schwefelsaurem Ammoniak konnte sie nicht in demselben aufgelöst werden. Wurde aber die lange und anhaltend geschmolzene Masse mit Wasser behandelt, so schieden sich aus der Lösung nur wenige Flocken von Unterniobsäure ab, aber sie hinterließ nach dem Abdampfen einen beträchtlichen Rückstand von schwefelsaurem Natron.

Die Unterniobsäure wird also in ihrem Natronsalze bei weitem leichter und vollständiger vermittelst des Phosphors zu Niob reducirt als die Tantalsäure dadurch zu Tantal. Ich bin auch überzeugt, dass wenn statt des sauren das neutrale Salz der Unterniobsäure mit Natron angewandt worden wäre, das so erhaltene Niob noch reicher an reinem Metall ausgefallen wäre.

IX. Elektroskopische Wirkung der Geissler'schen Röhren; Notiz von P. Rieß.

Die hohlen mit stark verdünnten Gasen gefüllten und eingeschmolzten Platindrähten versehenen Glaskörper, welche Hr. Geissler in Bonn in verschiedener Form anfertigt, und die sich unter der Bezeichnung der Geissler'schen Röhren in den Händen vieler Physiker befinden, eignen sich zu manchem lehrreichen Versuche über das elektrische Licht. Die folgenden Erfahrungen dürften von einigem Interesse seyn. Die meisten der mir vorgekommenen Röhren zeigten am Inductionsapparate wie an der Elektrisirmaschine das oft beschriebene in Schichten getheilte elektrische Licht, und nebenbei das schön grüne Fluorescenzlicht, welches im

Glase der Röhren durch das elektrische Licht hervorgerufen wird. Um die Änderung der Lichterscheinung durch Wirkung eines Magnets am Leichtesten zu zeigen, dient die Röhrenform, welche aus zwei verschiedenen ($3\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$ Linien) weiten Cylinderröhren zusammengesetzt, und deren Gasfüllung so regulirt ist, dass bei einer gewissen Richtung des elektrischen Stromes nur die enge Röhre mit Licht erfüllt, die weite $3\frac{1}{2}$ Zoll lange Röhre hingegen bis auf die blauglimmende Platinelektrode dunkel ist. Umfasst man dann die weite Röhre mit den Schenkeln eines Stahlmagnets, so wird ein großer Theil derselben mit geschichtetem Lichte erfüllt, und zwar werden die Lichtscheiben je nach der Lage der Pole des Magnets nach der einen oder anderen Seite hingedrängt. Da nicht alle so gestalteten von Geissler gefertigten Röhren sich zu diesem Versuche eigneten (unter 8 von mir untersuchten nur 3), so ließ ich mir eine Glassröhre der beschriebenen Form anfertigen, an dem einen Ende mit einer durchbohrten, durch einen Stöpsel verschließbaren Fassung, an dem anderen Ende mit einem Hahnstücke versehen, und füllte sie mit Luft und Leuchtgas. War diese Röhre bis auf $1\frac{1}{2}$ Linie Quecksilberdruck exantlirt so zeigte sie die beschriebene Erscheinung. Das richtige Verhältnis der Gase erhielt ich, indem ich die Röhre durch Verdrängen ganz mit Leuchtgas füllte, bis $1\frac{1}{2}$ Linie Druck auspumpte, sich mit Luft füllen ließ und wiederum exantlirte. Dieser Versuch ist, gleich auffallend, am Inductionsapparate wie an der Elektrisirmschine anzustellen, der folgende am besten an einem Inductionsapparate, der mit einer geräuschlosen Unterbrechungsvorrichtung versehen ist. Legt man an eine leuchtende Geissler'sche oder selbstgefertigte Röhre irgend welcher Form und Länge ein in der Hand gehaltenes Stanniolblatt, so entsteht ein rasselndes Geräusch, dem des Wassers vor dem Kochen ähnlich. Am stärksten ist das Geräusch, wenn das Stanniolblatt an eine Erweiterung der Röhre angelegt wird, und man erhält es daselbst oft auch ohne Stanniol durch leises Anlegen der Finger. Zugleich mit dem Geräusche tritt, wie ich beiläufig bemerke, die be-

kannte Ablenkung der Lichterscheinung ein, die an einer 19 Zoll langen Röhre in eigenthümlicher Weise statt fand. Die Mitte dieser Röhre bildete ein Ellipsoïd (Axen 3 und 2 Zoll) das mit einem matten schwach geschichteten rothen Lichte erfüllt war. Bei der Berührung des Ellipsoïds mit dem Finger bog sich nicht nur das rothe Licht derselben zu, sondern es erschien auch unter dem Finger an der innern Glaswand ein schön blaues Licht, das sich mehrere Linien hoch in das Innere des Ellipsoïds erhob. — Das auffallende Geräusch bei der Berührung der Röhren mit Leitern röhrt von aufserordentlich kleinen zum Leiter überspringenden Funken her, welche, des ihnen nahen elektrischen Lichtes wegen, selbst in der Dunkelheit mir nicht sichtbar waren. Als ich aber eine Erweiterung, z. B. das beschriebene Ellipsoïd, mit einem Stanniolstreifen beklebte, so erhielt ich von diesem mit dem Finger, einem Stanniolblatte, oder einer feinen Drahtspitze, am Tage sichtbare Funken in großer Menge. Die elektrisierte leuchtende Gassäule im Innern der Röhren wirkt durch Influenz auf das Glas, die ihr gleichnamige Elektricität geht beim Eintreten des Oeffnungsstromes vom Glase auf den angelegten Leiter über, und beim Aufhören desselben an das Glas zurück. Legt man an eine mit Stanniol bekleidete Stelle der Röhre den Zuleiter eines Goldblatt-elektroskops an, so bleiben die Blätter desselben in beständiger Bewegung, und das Elektroskop findet sich nur bei behutsamer Entfernung desselben von der Röhre geladen. Um die Anordnung der beiden Elektricitäten in der leuchtenden Gassäule zu finden, ist es daher sicherer, sich einer, nicht zu kleinen, Prüfungsscheibe aus Stanniol zu bedienen, diese an die Röhre anzulegen, ableitend zu berühren, zu isoliren und an einem Säulenelektroskope zu prüfen. Bequemer ist es, einen dünnen Draht vom Zuleiter des Säulen-elektroskops zu einer mit Stanniol bekleideten, auf einen Augenblick ableitend berührten Stelle der Röhre zu führen. Eine ganz cylindrische 13½ Zoll lange, etwa 4 Linien weite Geissler'sche Röhre zeigte eine gleichmäsig lavendelblaue Lichtsäule mit einander parallelen scharfen Querstreifen, so

dafs sie, von der positiven Elektrode an bis 7 Linien vor der negativen Elektrode, einem in halbe Linien getheilten Maafsstäbe ähnlich sah. Um diese Röhre wurde ein schmäler Stanniolstreifen gewickelt, und mit dem zum Säulen-elektroskope führenden Silberdrahte festgebunden. Nach der Berührung dieses, an verschiedenen Stellen der Röhre gebrachten, Stanniolringes erhielt ich, dem Zeichen nach, constante Ausschläge des Goldblattes am Elektroskope. Waren beide Enden des Inductionsapparats gleich gut isolirt, so wurde die Mitte der Röhre gefunden durch Verschiebung des Stanniolringes bis zu der Stelle, wo das Elektroskop keine Elektricität anzeigte. Von da an bis zur positiven (Büschen-) Elektrode, wirkte die leuchtende Gas-säule in zunehmender Stärke positiv influencirend auf den Stanniolring, und ebenso negativ influencirend bis zur negativen (Glimm-) Elektrode. Die Gassäule war demnach positiv elektrisch von der, beim Oeffnungsstrome, positiven Elektrode bis zur Mitte der Röhre, und von da an negativ bis zur negativen Elektrode, zeigte also dieselbe elektrische Anordnung, wie ein feuchter Faden, der die Pole einer Volta'schen Säule verbindet. Die Geifsler'schen Röhren mit Erweiterungen wirkten zwar bedeutend stärker elektroskopisch, als die eben beschriebene Röhre, gaben aber weniger constante Anzeigen, und ihre entgegengesetzt elektrischen Theile waren nicht an Länge einander gleich. Am stärksten elektrisch fand ich eine 19 Zoll lange unsymmetrische Röhre die, in dieser Folge, aus einer Kugel, einer $\frac{3}{4}$ Linie weiten Röhre, einem Ellipsoide, einer 2 Linien weiten Röhre und einem horizontalen Cylinder zusammengesetzt war. Das in ihrer Mitte befindliche Ellipsoïd war so stark elektrisch, dafs es Funken gab, und zwar war daselbst die Art der Elektricität gleichartig mit der, welche der Cylinder gab, positiv oder negativ influencirend, je nachdem die Elektrode im Cylinder positiv oder negativ war. Dies ist nicht auffallend; aber sehr bemerkenswerth scheint es mir, dafs bei allen Röhren der dunkle Raum vor der negativen Elektrode sehr schwach influenci-

rend wirkte. Bei keiner Röhre war dies auffallender als an der oben bei der Wirkung des Magnets beschriebenen, die aus zwei ungleich weiten Röhren zusammengesetzt war, und in welcher der dunkle Raum fast die ganze Länge ($3\frac{1}{3}$ Zoll) der weiten Röhre einnahm. Als ein Stanniolring um die weite Röhre gelegt und mit dem Silberfaden des Säulenelektroskops verbunden war, erhielt ich von der ganzen Länge dieser Röhre nur sehr schwache Anzeigen einer Influenz von negativer Elektricität, wenn die Elektrode in derselben negativ war, hingegen sehr starke Influenz positiver Elektricität, wenn sie positiv war.

X. Ueber den Einfluss des Binocularsehens bei Beurtheilung der Entfernung durch Spiegelung und Brechung gesehener Gegenstände;
von H. W. Dove.

(Monatsbericht. der Akad. 1858 Mai.)

Im Bericht von 1851, S. 252¹⁾) habe ich die Beobachtung mitgetheilt, dass man das durch einen Hohlspiegel entstehende umgekehrte Bild eines Gegenstandes nur vor demselben sieht, wenn man es mit beiden Augen betrachtet, hingegen auf der Oberfläche des Spiegels selbst, wenn man bei der Betrachtung desselben nur ein Auge anwendet. Der auf dem Titelbilde des dritten Buchs der Optik des Aguilonius erläuterte Satz, dass monoculares Sehen über die Entfernung des erblickten Gegenstandes in Unsicherheit lasse, gilt also nicht nur für wirkliche Gegenstände, sondern auch für optische Bilder. Es war mir wahrscheinlich, dass auch in den Fällen, wo nur rückwärts verlängerte Strahlen von bestimmten Punkten auszugehen scheinen, also nicht sich kreuzend, wirkliche optische Bilder erzeugen, nur binoculares Sehen

1) Ann. Bd. 83, S. 188.

die sichere Entscheidung über die Entfernung jener virtuellen Bilder gebe, während das monoculare sie unentschieden lasse. Die nachfolgenden Versuche erläutern dies für die einfachsten Fälle, in welchen diese virtuellen Bilder entstehen.

1. Spiegelung von einer ebenen Oberfläche.

Der Satz, dass die von einem ebenen Spiegel reflectirten Strahlen so von demselben zurückgesendet werden, dass sie von einem Punkte auszugehen scheinen, der so weit hinter dem Spiegel liegt, als der strahlende Punkt vor ihm, ist ein so evidenter, dass man sich, glaube ich, kaum die Frage gestellt hat, ob ein Einäugiger sein Bild im Spiegel, ein mit zwei Augen sehender dasselbe hinter demselben erblicke. Da aber eine Sehrichtung keine Bestimmung enthält über die Lage irgend eines Punktes in derselben, so kann höchstens die Entscheidung darüber davon abhängen, dass wir zwei Gegenstände nicht gleichzeitig deutlich sehen können, von denen die Entfernung des einen das Doppelte der Entfernung des andern ist. Fassen wir aber einen derselben scharf ins Auge, so muss die Entfernung des andern unentschieden bleiben. Dies ist aber wirklich der Fall. Ich hielt einen kreisförmigen ebenen Spiegel von $4\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser so gegen einen hellen Grund, dass ich mein Bild binocular deutlich hinter demselben erblickte. Ich schloß nun das eine Auge und sah nach einiger Zeit den Spiegel so weit zurücktreten, dass der Rand desselben nun mein Bild als Rahmen umfassste.

2. Hebung bei der Brechung durch Planscheiben und Prismen.

s' Gravesande sagt im §. 739 seiner 1720 erschienenen *Physices elementa mathematica*: »Gegenstände durch ein ebenes von parallelen Flächen begrenztes Glas gesehen, erscheinen in geringerer Entfernung als mit bloßen Augen. Die scheinbare Größe des Gegenstandes wird durch Zwischenhalten des Planglases vermehrt, dennoch erscheint der Ge-

genstand nicht im Verhältnis der vermehrten Gröfse gröfser, denn er erscheint nun in geringerer Entfernung.“

Hier ist nicht gesagt, ob von monocularer oder binocularer Betrachtung die Rede sey. Diesen Punkt hat erst Moser im Artikel „Auge“ im fünften Bande des Repertoriums der Physik S. 393 zur Sprache gebracht. Moser bemerkt, dass man dem Gesichtswinkel in Bezug auf die Fähigkeit des Auges, die Entfernungen relativ zu schätzen, nur eine Wichtigkeit zweiten Ranges zuschreiben könne, insofern seine Hülfe nur dann dem Auge nutzen könne, wenn es mit der Gestalt des zu beurtheilenden Gegenstandes schon anderweitig ungefähr bekannt sey. Die eigentliche Art, auf welche ein Auge für sich allein die relative Entfernung der Gegenstände beurtheilt, bestehe darin, dass es sich adaptire und ein Bewufstsein über die Adaptirung in sich trage. Man müsse ihm hierin ein sehr vollkommenes Gefühl zuschreiben und die Adaptirung in einem weitern Sinn nehmen, nämlich auch für solche Entfernungen zugeben, wo sie nicht mehr im Stande ist, Bilder von einer hinlänglich großen Deutlichkeit hervorzubringen. Die Hebung durch Brechung gesehener Gegenstände, die des Doppelbildes in Kalkspath gehöre hierher. In diesen Fällen löse ein Auge für sich allein schon die Aufgabe, die Sicherheit wachse aber bei Anwendung beider Augen, da es sich von selbst verstehe, dass dergleichen Urtheile desto sicherer werden, je mehr Hülftsmittel gegeben sind.

Die von mir angestellten Versuche sprechen gegen diese Ableitung. Der Unterschied der Hebung bei allen hier erwähnten Erscheinungen ist bei binocularer und monocularer Betrachtung so grofs, dass die letztere bei dieser oft als vollkommen verschwindend bezeichnet werden muss, und wo sie noch stattfindet, in der Vergröfserung des Gesichtswinkels ihre hinreichende Erklärung findet. Wo diese unbedeutend ist, wie bei dem Kalkspath, erscheinen die Doppelbilder bei monocularer Betrachtung in einer Ebene, während bei binocularer sich eine höchst auffallende Hebung des einen zeigt. Folgende Versuche bestätigten dies.

Zwei in lebhaften Farben ausgeführte gleiche Zeichnungen von nahe zwei Zoll Seite, wurden neben einander gelegt und auf die eine ein klarer Glaswürfel von derselben Seite gestellt. Binocular bei senkrechtem Herabsehen betrachtet, erschien die Fläche fast bis zur Hälfte gehoben als vollkommene Ebene; nach Schliesen des einen Auges trat sie fast genau in die Ebene der daneben liegenden Fläche zurück, nur etwas gröfser erscheinend. Darauf wurde ein stark farbiger Glaswürfel von ein Zoll Seite unter den grossen klaren Glaswürfel gestellt. Bei binocularer Betrachtung erschien der Würfel als ein vierseitiges Prisma von fast doppelter Höhe, nämlich viel höher als der daraufstehende Würfel, bei monocularer beide Würfel als Würfel in ihren natürlichen Verhältnissen. Besonders entscheidend ist aber folgender Versuch. Ich entwarf die senkrechte Projection einer abgekürzten vierseitigen Pyramide, deren quadratische Grundfläche gleich der des durchsichtigen Würfels war, mit einer Anzahl gleich weiter abstehender Querschnitte. Binocular erschien diese Projection im Glaswürfel gehoben als Ebene, monocular vertieft sie sich hingegen zu der perspektivischen Ansicht eines tiefen vierseitigen Tunnels; da nämlich im Moment des Schliessens des einen Auges die Schnittfläche der Pyramide sich entfernte, so erschienen die Kanten derselben mit ihren Endpunkten an die Vorderfläche des Glaswürfels sich anzulehnen. Diese Erscheinung hat das Eigenthümliche, daß hier die Ansicht mit zwei Augen die Vorstellung einer Fläche, die mit einem die eines Körpers hervorruft.

Zeichnet man eine grösere Anzahl concentrischer Kreise in gleichem Abstand von einander und füllt die Zwischenräume derselben schwarz aus, so dafs man dadurch breite concentrische schwarze Streifen in einer weissen Ebene erhält, so erscheinen diese, binocular senkrecht herab durch ein gerades Kegelprisma betrachtet, auf der der Kegelfläche zu liegen, mit einem Auge gesehen in der ebenen Grundfläche desselben. in gleicher Weise erscheinen ebene Spi-

ralen im ersten Falle schneckenförmig, im letzten als ebene Spiralen.

3. Brechung durch einen Kalkspat.

Betrachtet man durch ein grosses Kalkspatrhomboëder eine ebene Zeichnung binocular, so scheint das eine Bild stark über das andere gehoben, monocular beide in einer Ebene. Betrachtet man mit einem Auge dieselbe durch den Kalkspat, während man sie zugleich mit dem bloßen andern Auge fixirt, so wird der Unterschied der Entfernung beider Bilder bedeutend grösser, indem eins der durch den Kalkspat gesehenen Bilder sich mit dem mit bloßem Auge gesehenen combinirt. Hält man nämlich, indem man das Rhomboëder auf die Zeichnung legt, vor jedes Auge ein Nicol'sches Prisma, so sieht man doch nur ein Bild, sowohl wenn die Polarisationsebenen beider Nicols parallel, als auch wenn sie senkrecht auf einander. Dreht man hingegen einen der Nicols so, dass er zwei Bilder giebt, während der andere nur eins giebt, so sieht man die Hebung in derselben Weise verstärkt, als wenn man die Zeichnung ohne Nicols betrachtet, und vor das eine Auge das Rhomboëder hält.

Mit einem Prismenstereoskop (Pseudoskop) binocular betrachtet, erscheint das mit bloßen Augen gehobene Bild als ein vertieftes.

Wenn man daher auch zugeben kann, dass bei Betrachtung eines Körpers mit einem unbewegten Auge die verschiedene Deutlichkeit, in welche die näheren und entfernteren Theile desselben erscheinen, in uns die Vorstellung zu erregen vermag, dass wir nicht eine Fläche sondern einen Körper sehen, so gilt dies doch nicht für die Bestimmung der Entfernung einer Ebene, wenn wir diese durch Brechung unter einem etwas veränderten Gesichtswinkel sehen.

**XI. Bemerkungen über das Tyrit genannte Mineral;
von Adolf Kenngott in Zürich.**

In Folge meiner früheren in diesen Annalen mitgetheilten Bemerkungen (siehe Band XCVII, S. 622) über das Tyrit genannte Mineral, welche zum Zwecke hatten, zu zeigen, dass eine Vereinigung des Tyrits mit dem Fergusonit sehr wahrscheinlich sey, hat Hr. D. Forbes (*Lond. Edinb. and Dubl. Philos. Magaz. Vol. XIII, p. 91*) weitere Untersuchungen des Tyrits veranstaltet, welche wohl seine früheren Angaben zum größten Theile bestätigen, keinesweges aber das entkräften, was ich zu Gunsten der Identität des Tyrits und Fergusonits angeführt habe.

Da die frühere Analyse am Tyrit von Hampe myr gemacht worden war, so wurde jetzt der von Helle bei Näs kül untersucht, welcher Fundort nicht auf Tromsoe bei Are ndal befindlich ist, wie ich früher der dem untersuchten Exemplare beigegebenen Etiquette gemäfs anführte, sondern wie Hr. Forbes berichtet, noch auf dem Festlande, 10 englische Meilen östlich von Arendal liegt.

Der Tyrit kommt daselbst ziemlich reichlich und zuweilen in Krystallen von zwei Zollen Länge vor, doch konnte Hr. Forbes keine so gut ausgebildeten erlangen, wie ich sie gemessen und beschrieben habe. Er fand an keinem der ihm zu Gebote stehenden zahlreichen Krystalle die Kanten anders als sehr ungerade und unbestimmt, indem die Krystalle abgerundet oder zusammengedrückt erschienen und fast immer pyramidal waren, in eine Spitze ohne bestimmte Flächen verlaufend. Nicht der geringste Grad von Vertrauen konnte den Messungen mit dem Anlegegoniometer geschenkt werden, nur soviel ließ sich mit Bestimmtheit finden, dass sie einen vierseitigen Durchschnitt hatten und wahrscheinlich quadratisch waren. Verschieden von denen von Hampe myr hatten sie einen deutlichen Blätterdurchgang und Spuren von zwei anderen. Ueberhaupt waren Bruch, Spaltbar-

keit und Farbe so verschieden von denen des Original-Tyrits von Hampemyr, dass ohne die Uebereinstimmung in der Analyse es ungewiss gelten könnte, dass sie zur gleichen Species gehören.

Weil nun Hr. Forbes keine zur Bestimmung der Krystallgestalt tauglichen Krystalle finden konnte, Hr. Dr. Bondi aber an das k. k. Hof-Mineralien-Cabinet in Wien bessere Krystalle einsendete, deren Gestalten ich bestimmte, so schließt Hr. Forbes, dass die Krystallgestalten des Fergusonits und Tyrits nicht übereinstimmen. Die Unrichtigkeit eines solchen Schlusses liegt klar vor den Augen. Mir war es gewiss gleichgültig, wenn ein Tyrit neben Fergusonit als Mineralspecies existirte, die Ausbildung aber einer so seltenen Form, wie sie der Fergusonit hat und wie ich sie übereinstimmend an dem Tyrit von Helle sah, war die Ursache, dass ich mich für den Tyrit mehr interessirte, als es geschehen wäre, wenn die Krystalle so gewesen wären, wie sie Hrn. Forbes vorlagen. Die von mir beschriebenen Krystalle sind, wie ich bereits früher anführte, von dem genannten Cabinete acquirirt worden und liegen zu Jedermannus Ansicht da; außerdem habe ich nicht unterlassen anzugeben, dass Hr. Dr. Bondi in seinem begleitenden Schreiben die Bemerkung macht, dass der Tyrit vielleicht gleich Fergusonit seyn könne, eine Bemerkung, die zunächst durch die Gestalt der Krystalle hervorgerufen wurde.

Wenn Hr. Forbes früher an dem Tyrit von Hampemyr keine Spaltungsflächen fand und ich diese seine Bestimmung als Charakter des Tyrits hinnahm, ohne an den Krystallen von Helle darnach zu suchen, so war dies sehr natürlich, denn an zwei schönen Krystallen einer neuen Species nach Spaltungsflächen zu suchen, wäre nicht im Interesse der Wissenschaft gewesen. Hr. Forbes hatte dazu reichlicheres Material und fand einen deutlichen Blätterdurchgang, ohne uns jedoch in Kenntniß zu setzen, in welcher Richtung, was beiläufig bemerkt, gewiss Hrn. Forbes möglich gewesen wäre, wenn auch seine Krystalle nicht gerade meßbar waren. Sind einmal die Krystalle sämmtlich pyramidale und

kann man sie, wie Hr. Forbes sie beurtheilte, für quadratische halten, so wäre die Richtung eines deutlichen Blätterdurchganges insoweit zu bestimmen gewesen, ob derselbe der Basisfläche entspreche oder nicht.

Wir sehen somit, dass die morphologischen Verhältnisse des Tyrits und Fergusonits in demselben Maafse wie früher für die Vereinigung beider Minerale sprechen, denn auf den deutlichen Blätterdurchgang kanu hier kein Nachdruck gelegt werden, weil der Tyrit von Hampemyr ihn ebenso wenig wie der Fergusonit zeigt, dagegen es eben so nahe liegt, dass er am Fergusonit noch gefunden werden kann, gerade wie ihn der Tyrit von Helle finden ließ, nachdem ihn Forbes nicht an dem von Hampemyr gefunden hatte.

In den übrigen Eigenschaften hat sich nichts Neues auffinden lassen, was den damaligen Standpunkt änderte. Die Analyse des Tyrits von Helle diente nur dazu, zu zeigen, dass der Tyrit von Hampemyr und der von Helle bezüglich der Zusammensetzung übereinstimmen und wesentlich Wasser enthalten, woran von meiner Seite nicht im Geringsten gezweifelt wurde, als ich die Analyse des Tyrits von Hampemyr citirte. Nichts destoweniger habe ich noch dieselbe Ansicht über die Zusammensetzung des Fergusonits und kann meine gegenwärtigen Bemerkungen über den Tyrit mit denselben Worten wie meine erste Notiz schliessen, dass die noch bestehenden Abweichungen ihre genügende Erklärung finden müssen, sobald beide chemisch genau bestimmt seyn werden, denn vor der Hand ist es nur der Tyrit.

XII. *Gediegen Kupfer pseudomorph nach Aragonit;* *von E. Söchting in Berlin.*

Im Jahre 1853 berichtete ich (Zeitschrift für die gesammten Naturwissenschaften, Bd. II, Juli, S. 30) nach einem Exemplare aus der Sammlung des Hrn. Prof. Sartorius

von Waltershausen in Göttingen über eine Pseudomorphose gediegenen Kupfers um ein scheinbar sechsseitig-prismatisches Mineral in ähnlicher Gruppierung, wie sie beim Aragonit vorkommt. Als Fundort war, doch mit Unsicherheit, die Gegend des Lake Superior angegeben. Später zeigte mir Hr. Berggrath Breithaupt in der Freiberger Sammlung Aehnliches von Bolivia, was er (Berg- und hüttenmännische Zeitung, Jahrg. XII, 1853, Juni, S. 401) gleichfalls als Pseudomorphose nach Aragonit beschrieben hatte. Ich schloß mich, da in dem letztgenannten Lande das Vorkommen ein so häufiges seyn soll, daß man beim Kupferausbringen Gebrauch davon macht, der Ansicht an, daß auch das von mir vorher beobachtete Stück ebendaher stammen möge (a. a. O. Bd. V, S. 370). Mit Bezugnahme auf die von mir gegebene Beschreibung als Umhüllungspseudomorphose gab neuerdings Hr. Prof. Kenngott (Vierteljahrsschrift d. Naturf. Ges. in Zürich, Jahrg. II, 1857, Heft 2, S. 203) ausführliche Notizen über ein ganz ähnliches Stück der Sammlung des Zürcher Polytechnicums von Corocora in Bern und betrachtet dasselbe als Verdrängungspseudomorphose. Von demselben Fundorte und in derselben Gestaltung sah ich solche im Jahre 1855 im *Musée d'histoire naturelle* des *Jardin des plantes* in Paris, woselbst man auch ganz übereinstimmende Krystalle derselben Fundstelle aufbewahrt, welche als Pseudomorphosen von Gyps nach Aragonit bezeichnet werden.

Vor Kurzem erhielt Hr. Maler Brücke hierselbst eine Anzahl solcher pseudomorpher Kupferkrystalle von Corocora, deren Untersuchung er mir freundlichst gestattete. Ihre ganze Erscheinung stimmt mit dem überein, was bereits darüber geschrieben ist. Aufser den Krystallgruppen nach Art der aragonitischen von Molina, Bastènes u. s. w. (aber von weit geringerer Gröfse, als die früher gesehenen, indem sie nur höchstens $\frac{1}{2}$ Zoll erreichten) — befinden sich darunter auch scheinbar einfache sechsseitige Prismen mit mehr oder minder dünnem Kupferüberzuge, so daß man stellenweise das unterliegende weisse oder weiflische Mine-

ral erkennen kann, das sich beim Befeuchten mit Säure durch ein äußerst lebhaftes Aufbrausen als kohlensaurer Kalk zu erkennen giebt. Leider war es nicht möglich, das specifische Gewicht zu bestimmen. Doch zeigten Versuche über die Härte, dass Kalkspath kräftig geritzt wurde, selbst aber nicht angriff, wie beim Aragonit der Fall ist, so dass darnach, in Verbindung mit der Krystallgestalt, wohl nicht mehr zu zweifeln ist, dass man es in der That mit diesem Minerale zu thun habe, und man also den von Hrn. Prof. G. Rose (Ueber die heteromorphen Zustände der kohlensauren Kalkerde: Abhandl. d. phys. math. Kl. der Berl. Akad. 1856, S. 63 ff.; Zeitsch. d. deutsch. ges. VIII, S. 551) aufgeführten Pseudomorphosen, zu denen der Aragonit Veranlassung giebt, auch noch die in Rede stehende hinzufügen kann.

Was die Frage anlangt, ob, nach der bisherigen Ausdrucksweise, eine Umhüllungs- oder eine Verdrängungspseudomorphose vorliege, so glaube ich, dass wohl nur in wenigen Fällen (z. B. bei der Umhüllung von Quarz durch Brauneisen, durch Eisenkies) eine Umhüllung ohne gleichseitige, mehr oder minder starke, Verdrängung des Grundkörpers in Folge seiner größern Löslichkeit oder seiner Zersetzung durch die Bestandtheile des neu zu bildenden Minerals herbeiführenden Flüssigkeiten vor sich gehen dürfte. Die Reduction von metallischem Kupfer dürfte wohl nur erst nach Ablagerung in Gestalt einer weiteren Kupferverbindung erfolgt seyn. Eine Vermuthung über die Art und Weise dieses Vorganges wage ich jedoch nicht auszusprechen, da mir noch über die sonstige Beschaffenheit der Fundstätte nähere Kenntniss fehlt.

XIII. Beobachtungen der Bodentemperatur unweit Freising; von Prof. Dr. Meister.

Am 11. Juli 1853 grub ich drei von Greiner in München gefertigte Erdthermometer (mit weiter Kugel und sehr enger Röhre) im Versuchsfelde von Weihenstephan ein und zwar befindet sich die Kugel des ersten Thermometers etwa 3 Zoll, die des zweiten 4 Fuß und die des dritten 6 Fuß tief unter der Erdoberfläche und ist der Boden selbst schwerer sandiger Lehmboden. Diese bis zur Stunde vergrabenen Instrumente wurden anfangs Vormittags und Nachmittags, später einmal des Tags und endlich als ich mich von dem gesetzmässigen Gang der Temperatur im Erdboden überzeugt hatte, alle 2 oder 5 Tage beobachtet und die Resultate endlich wegen Wärmeeinflusses der oberen Bodenschichten (beim zweiten und dritten Thermometer) corrigirt und theile ich nun im Nachstehenden die von 1853 bis 1857 (incl.) erhaltenen Resultate mit, denen ich zur möglichen Vergleichung die im nahen Freising durch 20jährigen Beobachtungen gewonnenen Temperatur-Mittel im Schatten anfüge, da die einzelnen an derselben Stelle des Versuchsfeldes erhaltenen Beobachtungen der Lufttemperaturen keine genügende Darstellung der hiesigen Temperatur-Verhältnisse gewähren würden, weshalb auch die Nichtübereinstimmung des Mittels in 3" Tiefe mit den andern.

Monat	Temperatur des Bodens			Lufttemperatur
	3"	4'	6'	
Januar	- 1,26°	2,17	4,50	- 1,76
Februar	- 0,76	1,68	3,77	- 0,44
März	+ 0,39	1,82	3,45	2,04
April	5,31	4,50	4,20	6,97
Mai	9,70	6,81	5,56	11,13
Juni	13,14	9,67	7,59	14,48
Juli	14,76	11,90	9,22	15,50
August	14,28	12,69	10,39	14,45
September	9,98	11,19	10,44	11,18
October	7,93	9,57	9,60	7,34
November	2,25	6,40	8,05	2,79
December	- 0,31	3,60	5,90	- 0,92
Januar	6,29	6,83	6,89	6,60

Das Temperatur-Maximum in 4' Tiefe fällt zwischen den 30. Juli und 20. Aug. und beträgt	$13^{\circ},4$
Das Temperatur-Maximum in 6' Tiefe fällt zwischen Ende August und Mitte September	$10^{\circ},9$
Das Temperatur-Minimum in 4' Tiefe fällt im Mittel auf Anfang März	$1^{\circ},1$
Das Temperatur-Minimum in 6' Tiefe fällt im Mittel auf Mitte März	$3^{\circ},3$

Es zeigen diese Maxima und Minima nur geringe Schwan-
kungen, die wie allbekannt und wie auch hier sich zeigte,
mit der Tiefe abnehmen. Die *täglichen* Temperatur-Ver-
änderungen lassen sich dahier in 4' Tiefe noch wahrneh-
men und zwar auch hier nur im August und zeigen nur
den geringen Betrag von $0,1^{\circ}$ R.

Freising d. 31. März 1858.